

# Конкурс “Від задачок до задач”

## Перший тур (задачі 1 — 5)

*Розділ ведуть Віталій Полонський та Михайло Якір*

1. На дошці записали два числа, одне з яких є квадратом, а друге кубом одного й того ж натурального числа. Виявилось, що кожному з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, які записані на дошці, використали тільки один раз, а цифри 0 та 9 не використовували. Які числа записані на дошці?
2. Чи можна кожному точку площини розфарбувати одним з трьох кольорів так, щоб будь-яка пряма на цій площині містила точки рівно двох кольорів?
3. Натуральні числа, які дорівнюють сумі всіх своїх дільників, відмінних від самого числа, називають *досконалими*. Наприклад, досконалими є числа 6 ( $6 = 1 + 2 + 3$ ) і 28 ( $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ ). Знайдіть усі досконалі числа, які кратні 3, але не кратні 9.
4. Чи існує чотирикутник, який можна розрізати на 199 п'ятикутників і один тисячокутник?
5. У прямокутному трикутнику  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ) відомо, що  $AC = 4$  см,  $BC = 3$  см. Точки  $A_1$ ,  $B_1$  і  $C_1$  такі, що  $AA_1 \parallel BC$ ,  $BB_1 \parallel A_1C$ ,  $CC_1 \parallel A_1B_1$ ,  $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$ ,  $A_1B_1 = 1$  см. Знайдіть  $B_1C_1$ .