

Конкурс “Від задачок до задач”

Третій тур (задачі 11 — 15)

Розділ веде Юхим Рабінович¹

11. На дошці записали всі натуральні числа від 1 до 2015 — частину чисел червоною крейдою, а решту синьою. Відомо, що найбільше синє число дорівнює кількості синіх чисел, а найменше червоне число дорівнює кількості червоних. Скільки червоних чисел на дошці?
12. У школі є 810 учнів. Шкільна їдальня пропонує обід з п’яти страв. Кожна страва подобається рівно половині всіх учнів. Учень замовляє обід, якщо йому подобаються хоча б три страви. Яка найбільша кількість учнів може замовити обід в їдальні?
13. Знайдіть найбільшу кількість різних натуральних чисел таких, що сума довільних двох з них є натуральним степенем двійки.
14. На стороні AB трикутника ABC відмітили точки M та N так, що $BM = BC$ і $AN = AC$. Потім на сторонах BC і AC відмітили точки P і Q відповідно так, що $BP = BN$ і $AQ = AM$. Довести, що точки C, Q, M, N і P лежать на одному колі.
15. З аркуша клітчастого паперу вирізали по лініях сітки многокутник без дірок. Відомо, що його можна розрізати по лініях сітки на прямокутники 1×2 . Довести, що у цього многокутника є хоча б одна сторона парної довжини.

¹вчитель математики гімназії № 178 м. Києва