

Конкурс “Від задачок до задач”

Перший тур (задачі 1 — 5)

Розділ ведуть Олександр Бедов та Ігор Гольдштейн¹

1. У футбольному турнірі, в якому брали участь 16 команд, кожна команда зіграла з кожною іншою по одному разу. Чи могло трапитися, що у кожної команди кількість її перемог виявилась такою ж, як кількість її нічиїх? Якою буде відповідь, якщо у турнірі брали участь 15 команд?
2. Нехай O — центр описаного кола, а AD — бісектриса гострокутного трикутника ABC . Перпендикуляр, проведений з точки D до прямої AO , перетинає пряму AC в точці P . Довести, що $AP = AB$.
3. Вінні-Пух завітав у гості до Кролика. Кролик похачував Вінні-Пуха медом та згущеним молоком. Вінні-Пух помітив, що кількість горщиків з медом була меншою, ніж потроєна кількість горщиків зі згущеним молоком, але коли він підкріпився 8 горщиками з медом, їх все одно лишилося більше, ніж зі згущеним молоком. Скільки горщиків з медом залишилось, якщо спочатку всіх горщиків було менше 20?
4. Про п'ять різних натуральних чисел відомо, що серед всіх можливих попарних сум цих чисел рівно сім різних. Довести, що сума цих чисел ділиться на п'ять.
5. Чи можна зафарбувати деякі з клітинок дошки 8×8 таким чином, щоб у кожному квадраті 3×3 було рівно 5 зафарбованих клітинок, а у кожному прямокутнику 4×2 рівно 4?

¹вчителі математики ліцею “Наукова зміна”