125. Дано функцію $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ таку, що для кожного $x \in \mathbb{R}$ виконані нерівності $f(x+19) \leq f(x)+19$, $f(x+99) \geq f(x)+99$. Довести, що функція $f(x+1) = f(x)+1$ для кожного $x \in \mathbb{R}$.

(Австро-Польське математичне змагання)

126. Побудуйте за допомогою циркуля і лінійки $\triangle ABC$ знаючи положення вершини A, точки M — середини сторони BC і H — точки перетину висот $\triangle ABC$.

(В. Ясінський, Вінниця)

127. Фігура "вершник" може ходити і бити як шаховий король або як шаховий кінь. Двоє грають в наступну гру. В протилежних кутових полях шахової дошки 8×8 стоять вершники першого та другого гравця відповідно. Гравці ходять по черзі, і виграє той, хто зможе побити вершника противника. Чи має хтось із гравців виграшну стратегію, якщо має, то хто?

(Г. Шевченко, Київ)

128. На продовженні сторони AC трикутника ABC, за точку C, вибрали точку R. Через точку R провели пряму так, що вона перетинає сторону AB в точці C_1, а сторону BC — в точці A_1. Нехай P — середина сторони AC, Q — середина сторони A_1C_1. Доведіть, що три кола, описані навколо трикутників ABC, A_1BC_1 і PQR перетинаються в одній точці.

(В. Ясінський, Вінниця)

129. Нехай p — просте число, а $\mathbb{N} = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$ — розбиття множини натуральних чисел на множини, що попарно не перетинаються. Довести, що існує множина A_i розбиття і многочлен f степеня $p-1$ такий що всі коефіцієнти многочлена f належать множині A_i і він не розкладається в добуток двох многочленів менших степенів з цілими коефіцієнтами.

(Румунія)

130. Дано многогранник з n вершинами. Чи завжди можна зробити розрізи вздовж $(n-1)$-го його ребра так, щоб отримати його розгортку, яку можна розташувати на площині без самонакриттів?

(Г. Шевченко, Київ)

125. The function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfies for all $x \in \mathbb{R}$ the conditions $f(x+19) \leq f(x) + 19$ and $f(x+99) \geq f(x) + 99$. Prove that $f(x+1) = f(x) + 1$ for all $x \in \mathbb{R}$.

(Austrian-Polish Mathematics Competition)

126. Construct (using a compass and a ruler) the triangle $\triangle ABC$ by the vertex A, the midpoint M of the side BC and the intersection point H of the altitudes of the triangle $\triangle ABC$.

(V. Yasinsky, Vinnytsia)

127. Two players move their two "cavaliers" in turn starting from the opposite corners of an 8×8 chessboard. The piece "cavalier" can be moved like a chess king or a chess knight. Wins the player who checks the "cavalier" of the opponent. Does anybody have a winning strategy?

(G. Shevchenko, Kyiv)

128. A triangle ABC is given. A point R belongs to the line AC and C is between the points A and R. The point R belongs to a strait line intersecting the side AB in a point C_1 and the side BC in a point A_1. Let P be the midpoint of the side AC, and let Q be the midpoint of the side A_1C_1. Prove that three cirles, circumsribed around the triangles ABC, A_1BC_1 and PQR respectively are concurrent.

(V. Yasinsky, Vinnytsia)

129. Let p be a prime number and $\mathbb{N} = A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k$ be a partition of all positive integers into disjoint classes. Prove that there exist a set A_i of the partition and an irreducible polynomial f of degree $p-1$ such that f has all the coefficients in A_i.

(Romania)

130. A polyhedron with n vertices is given. Is it true that we always can cut it along $n-1$ edges to get its unfolding which can be located on the plane without overlays?

(G. Shevchenko, Kyiv)