119. Розв'язати рівняння

$$xy + 2x = \sqrt{2x^2 + y^2}\sqrt{x^2 + 2y^2 - 4y + 4}$$

(О. Сарана м. Житомир)

120. Знайти всі функції $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такі, що для всіх дійсних x, y виконується рівність

$$f(y) + f(x + f(y)) = y + f(f(x) + f(f(y))).$$

(А. Примак, м. Київ)

121. Довести, що для кожного натурального n виконана нерівність

$$\frac{\sum_{k=0}^{n} \sin \frac{k\pi}{n}}{n+1} < \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \sin \frac{(2k+1)\pi}{2n}}{n}.$$

(О. Кукуш, В. Некрашевич, м. Київ)

122. Знайти кути опуклого вписаного чотирикутника, якщо відомо, що кожна його діагональ є бісектрисою одного кута, і трисектрисою протилежного.

(В. Ясінський, м. Вінниця)

123. В грі "n в ряд" два гравці по черзі відмічають точки тривимірного простору з цілими координатами. Перший гравець відмічає хрестиками, а другий нуликами. Перший гравець виграє, якщо з'являється n хрестиків які розташовані в ряд, тобто n відмічених хрестиками різних точок вигляду $(x, y, z), (x + a, y + b, z + c), (x + 2a, y + 2b, z + 2c), \ldots, (x + (n-1)a, y + (n-1)b, z + (n-1)c)$, де кожне з чисел a, b, c може бути рівним лише $0, 1$, або -1.

Довести, що для деякого n другий гравець може грати так, що як би не грав перший, він ніколи не виграє.

(В. Некрашевич, м. Київ)

124. Діагоналлю многогранника називають відрізок, що сполучає дві його вершини і не є ребром чи діагоналлю грані. Скільки вершин може мати опуклий многогранник в якого є принаймні дві діагоналі і всі вони рівні між собою?

(В. Ясінський, м. Вінниця)

119. Solve the equation

$$xy + 2x = \sqrt{2x^2 + y^2}\sqrt{x^2 + 2y^2 - 4y + 4}$$

(O. Sarana, Zhytomyr)

120. Find all functions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfying the equality

$$f(y) + f(x + f(y)) = y + f(f(x) + f(f(y)))$$

for all real x, y.

(A. Prymak, Kyiv)

121. Prove the inequality

$$\frac{\sum_{k=0}^{n} \sin \frac{k\pi}{n}}{n+1} < \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \sin \frac{(2k+1)\pi}{2n}}{n}$$

for every positive integer n.

(O. Kukush, V. Nekrashevych, Kyiv)

122. Every diagonal of a convex quadrilateral is a bisector of an angle and a trisector of the opposite one. Find the angles of the quadrilateral.

(V. Yasinskyi, Vinnytsa)

123. In the game "n in a row" two players mark the points with integral coordinates in three dimensional space in turn. The first player marks his points with "X" and the second one with "O". The first player wins if he gets a row with n points marked by X, i.e., a sequence of different points $(x, y, z), (x + a, y + b, z + c), (x + 2a, y + 2b, z + 2c), \ldots, (x + (n-1)a, y + (n-1)b, z + (n-1)c)$, where every number a, b, c is equal to $0, 1$, or -1.

Prove that for some n the second player can play so that the first one never wins.

(V. Nekrashevych, Kyiv)

124. How many vertices has a polyhedron with all diagonals equal, if it has more than one diagonal? (A diagonal is a segment connecting to vertices but neither an edge nor a diagonal of a face.)

(V. Yasinskyi, Vinnytsa)