

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра геометрії, топології і динамічних систем

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана/директора
з навчальної роботи

« ___ » _____ 20__ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

для студентів

галузі знань	11 Математика та статистика
спеціальність	111 Математика
освітня програма	Математика

КИЇВ – 2017

Робоча програма дисципліни «*Аналітична геометрія*» для студентів *галузі знань галузі знань/спеціальності/освітньої програми 11 математика та статистика/ 111 математика/ математика*

«24» квітня 2017 року – 23 с.

Розробник: д.ф.м.н., професор **Городній Михайло Федорович**

Робоча програма дисципліни «*Аналітична геометрія*» затверджена на засіданні кафедри геометрії, топології і динамічних систем

Протокол № 9 від «12» квітня 2017 року

Зав. кафедри _____ І.О. Парасюк
(підпис)

«12» квітня 2017 року

Схвалено науково - методичною комісією механіко-математичного факультету

Протокол № 9 від «24» квітня 2017 року

Голова науково-методичної комісії _____ (О.О.Курченко)
(підпис)

«24» квітня 2017 року

ВСТУП

Навчальна дисципліна «*Аналітична геометрія*» є складовою освітньої програми підготовки фахівців за освітнім рівнем «бакалавр» галузі знань – 11 математика та статистика зі спеціальності 111_математика освітньої програми «математика».

Дана дисципліна _____ є обов'язковою
(обов'язкова, за вибором)

Викладається у першому та другому семестрах I курсу в обсязі – 240 год. (8 кредитів ECTS), зокрема: у першому семестрі лекції – 28 год., практичні заняття – 28 год. самостійна робота – 60 год.; у другому семестрі лекції – 28 год., практичні заняття – 28 год. самостійна робота – 60 год. . У курсі передбачено 4 змістових модулі 2 колоквиуми та 4 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна – іспитами у першому та другому семестрах.

Мета і завдання навчальної дисципліни «Аналітична геометрія»: оволодіння класичним векторним та координатним методом, теоретичними положеннями та основними застосуваннями аналітичної геометрії в різних задачах математики, їх використання в подальших курсах з математики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Структура курсу: вектори, системи координат, геометричні образи першого та другого порядку.

Вимоги до знань та вмінь студентів. У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття аналітичної геометрії, зокрема: вектори, скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добуток, різні системи координат, перетворення координат, різні рівняння прямої та площини, поняття теорії кривих та поверхонь другого порядку.

вміти: виконувати лінійні операції з векторами, застосовувати скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добуток при розв'язуванні задач, знаходити координати точок у різних системах координат, використовувати рівняння геометричних образів першого та другого порядку при дослідженні геометричних об'єктів на площині та у просторі.

Місце дисципліни в структурно-логічній схемі спеціальності. Обов'язкова дисципліна «*Аналітична геометрія*» є складовою освітнього циклу підготовки фахівців освітнього рівня «бакалавр» і використовується при вивченні дисциплін «математичний аналіз», «диференціальні рівняння», «теоретична механіка» та інших.

Зв'язок з іншими дисциплінами. Обов'язкова дисципліна «*Аналітична геометрія*» використовується при вивченні дисциплін «математичний аналіз», «диференціальні рівняння», «теоретична механіка» та інших.

**Система контролю знань та умови складання іспиту.
Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.**

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовий модуль 1 (ЗМ1) входить тема: **Елементи векторної алгебри**, у змістовий модуль 2 (ЗМ2) входять теми: **Пряма на площині, Площина у просторі, Пряма у просторі, Системи координат**, у змістовий модуль 3 (ЗМ3) входить тема: **Криві другого порядку**, у змістовий модуль 4 (ЗМ4) входить тема: **Поверхні другого порядку**.

Для допуску до іспиту в першому семестрі студент в сумі за всіма формами контролю має набрати не менше ніж 35 балів (мінімальна та максимальна суми балів наведені у таблиці нижче). Для допуску до іспиту в другому семестрі студент в сумі за всіма формами контролю має набрати не менше ніж 35 балів (мінімальна та максимальна суми балів наведені у таблиці нижче). У період з 23.01 по 28.02 студенти один раз на тиждень повинні на електронну адресу викладача надсилати виконані ними завдань самостійної роботи, які передбачені в цій робочій програмі. За результатами виконаних у цей період завдань студент повинен отримати не менше 5 балів.

Оцінювання за формами контролю¹:

	ЗМ 1		ЗМ 2	
	<i>Min. балів</i>	<i>Max. балів</i>	<i>Min. балів</i>	<i>Max. балів</i>
Активність на заняттях і виконання позааудиторної самостійної роботи	7	10	7	10
Колоквіум	4	8	-	-
Модульна контрольна робота	6	12	11	20

	ЗМ 3		ЗМ 4	
	<i>Min. балів</i>	<i>Max. – балів</i>	<i>Min. – балів</i>	<i>Max. – балів</i>
Виконання студентом завдань для самостійної роботи у період з 23 січня по 28 лютого	5	8	-	-
Активність на заняттях і виконання позааудиторної самостійної роботи	7	10	7	10
Колоквіум	-	-	4	8
Модульна контрольна робота	6	12	6	12

Результати навчальної діяльності студентів у семестрі оцінюються за 100 - бальною шкалою в кожному семестрі окремо.

Модульний контроль: 4 модульні контрольні роботи (по 2 роботи на кожен семестр).

I семестр

Змістовий модуль 1 — 0-30 балів:

- робота на практичних заняттях (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 0-10 балів;
- колоквіум — 0-8 балів;
- письмова контрольна робота — 0-12 балів;

¹ Див. Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу від 1 жовтня 2010 року, а також Розпорядження ректора «Про методику розрахунку підсумкової оцінки дисциплін, які читаються два і більше семестри» від 29 вересня 2010 року

Змістовий модуль 2 — 0-30 балів:

- робота на практичних заняттях (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 0-10 балів;
- письмова контрольна робота — 0-20 балів.

Іспит — 0 - 40 балів:

- протягом 35 хвилин студент розв'язує письмово 2 задачі, кожна з яких оцінюється від 0 до 9 балів;
- протягом 35 хвилин студент письмово відповідає на 2 питання з білету, кожне з яких оцінюється від 0 до 9 балів;
- після перевірки письмової частини викладач знайомить студента з результатами виконання ним письмової частини і задає 2 додаткові питання з інших розділів курсу, кожне з яких оцінюється від 0 до 2 балів.

Всього за семестр — 100 балів.

II семестр

Змістовий модуль 3 — 0-30 балів

- письмова контрольна робота за період з 25 січня по 28 лютого - 0-8 балів.
- робота на практичних заняттях (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 0-10 балів;
- письмова контрольна робота — 0-12 балів

Змістовий модуль 4 — 0-30 балів:

- робота на практичних заняттях (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 0-10 балів;
- колоквіум — 0-8 балів;
- письмова контрольна робота — 0-12 балів.

Іспит — 0-40 балів:

- протягом 35 хвилин студент розв'язує письмово 2 задачі, кожна з яких оцінюється від 0 до 9 балів;
- протягом 35 хвилин студент письмово відповідає на 2 питання з білету, кожне з яких оцінюється від 0 до 9 балів;
- після перевірки письмової частини викладач знайомить студента з результатами виконання ним письмової частини і задає 2 додаткові питання з інших розділів курсу, кожне з яких оцінюється від 0 до 2 балів.

Всього за семестр — 100 балів.

Якщо за результатами модульно-рейтингового контролю у семестрі студент отримав сумарну кількість балів за 2 модулі меншу за 35, то студент має право перескласти всі види модульного контролю. Бали, отримані раніше за певний вид модульного контролю, при його перескладанні анулюються.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі

МКР здійснюються у відповідності до «Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу» від 1 жовтня 2010 року.

При цьому, кількість балів:

- **1-34** відповідає оцінці «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- **35-59** відповідає оцінці «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- **60-64** відповідає оцінці «задовільно» («достатньо»);
- **65-74** відповідає оцінці «задовільно»;
- **75 - 84** відповідає оцінці «добре»;
- **85 - 89** відповідає оцінці «добре» («дуже добре»);
- **90 - 100** відповідає оцінці «відмінно».

Шкала відповідності (за умови іспиту)

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою
90 – 100	відмінно
85 – 89	добре
75 – 84	
65 – 74	
60 – 64	задовільно
35 – 59	незадовільно
1 – 34	

Шкала відповідності (за умови заліку)

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою
90 – 100	Зараховано
85 – 89	
75 – 84	
65 – 74	
60 – 64	
1 – 59	не зараховано

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

I Семестр

Змістовий модуль 1. Векторна алгебра

Тема 1. Елементи векторної алгебри.....(14 год.)

Відношення еквівалентності. Означення вектора. Компланарні та колінеарні вектори. Вільні вектори. Сума векторів. Різниця векторів. Добуток вектора на скаляр. Знаходження проєкцій векторів на пряму на площині. Знаходження проєкцій векторів на площину у просторі. Знаходження скалярного добутку. Застосування скалярного добутку до перевірки ортогональності векторів. Застосування скалярного добутку для знаходження кута між векторами. Поділ відрізка у даному відношенні. Проєкції векторів на пряму на площині. Проєкції векторів на площину у просторі. Обчислення векторного добутку. Застосування векторного добутку до перевірки колінеарності векторів. Обчислення площ за допомогою векторного добутку. Властивості проєкцій. Проєкція суми векторів. Проєкція добутку вектора на число. Властивості скалярного добутку. Знаходження координат точок у різних системах координат. Перехід від однієї системи координат до іншої. Знаходження мішаного добутку трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Властивості подвійного векторного добутку.

Змістовий модуль 2. Геометричні образи першого порядку

Тема 2. Пряма на площині.....(6 год.)

Рівняння лінії на площині. Рівняння прямої на площині. Кут між прямими. Умова перпендикулярності. Взаємне розташування прямих на площині. Умова паралельності. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Рівняння бісектрис кутів між двома прямими. Пучок прямих на площині.

Тема 3. Площина у просторі.....(4 год.)

Рівняння лінії та площини. Кут між площинами. Умова перпендикулярності. Взаємне розташування площин. Умова паралельності. Взаємне розташування точок відносно площини. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Відстань між двома паралельними площинами. Рівняння бісекторних площин кутів між двома площинами. Пучок і в'язка площин.

Тема 4. Пряма у просторі.....(2 год.)

Рівняння прямої у просторі. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Взаємне розташування прямої та площини у просторі. Відстань між паралельними прямими у просторі. Відстань між мимобіжними прямими. Рівняння площини, яка проходить через дві прямі, що перетинаються. Рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі. Спільний перпендикуляр до двох прямих.

Тема 5. Системи координат.....(2 год.)

Перетворення координат. Перетворення прямокутних декартових координат на площині. Полярна система координат.

II Семестр

Змістовий модуль 3. Криві другого порядку

Тема 6. Криві другого порядку.....(16 год.)

Коло. Еліпс та його рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми еліпса за його канонічним рівнянням. Директриси еліпса. Гіпербола та її рівняння. Ексцентриситет. Директриси. Дослідження форми гіперболи за її канонічним рівнянням. Директриси гіперболи.

Парабола та її рівняння. Необхідні й достатні умови того, що пряма, задана своїм загальним рівнянням, є дотичною до кола, еліпса, гіперболи, параболи. Оптичні властивості еліпса, гіперболи і параболи. Полярні рівняння кола, еліпса, гіперболи і параболи. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. Дотична і нормаль. Асимптотичні напрями кривої другого порядку. Тип кривої другого порядку. Складання канонічного рівняння параболи. Знаходження полярних рівнянь директрис кривих другого порядку. Знаходження полярних рівнянь асимптот гіперболи. Теорема про хорди та теорема про центр кривої другого порядку. Спряжені напрями і спряжені діаметри кривої другого порядку. Перша теорема Аполлонія. Друга теорема Аполлонія. Головні напрями кривої другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. Інваріанти та напівінваріант загального рівняння кривої другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріанта.

Змістовий модуль 4. Поверхні другого порядку

Тема 7. Поверхні другого порядку(12 год.)

Загальне рівняння поверхні другого порядку. Циліндричні поверхні. Конічні поверхні. Поверхні обертання. Еліпсоїд, однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний та гіперболічний параболоїди. Дослідження взаємного розташування поверхонь другого порядку, заданих своїми канонічними рівняннями, і прямої. Дотична площина і нормаль. Знаходження прямолінійних твірних однопорожнинного гіперболоїда. Знаходження прямолінійних твірних гіперболічного параболоїда. Центр поверхні другого порядку. Хорди поверхні другого порядку. Діаметральна площина поверхні другого порядку. Головні напрями поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. Інваріанти та напівінваріанти загального рівняння поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ, ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	лабораторні роботи	Самостійна робота	Контрольна модульна робота	Інші форми контролю
I семестр						
Змістовий модуль 1 «Векторна алгебра»						
1	Елементи векторної алгебри	14	10	23		
Колоквіум					1	
Модульна контрольна робота 1					1	
Змістовий модуль 2 «Геометричні образи першого порядку»						
2	Пряма на площині	6	6	13		
3	Площина у просторі	4	4	8		
4	Пряма у просторі	2	6	12		
5	Системи координат	2	2	4		
Модульна контрольна робота 2		1				
Всього годин за I семестр		28	28	60		
II семестр						
Змістовий модуль 3 «Криві другого порядку»						
6	Криві другого порядку	16	14	31		
Контрольна робота за період з 23 січня по 28 лютого					1	
Модульна контрольна робота 3					1	
Змістовий модуль 4 «Поверхні другого порядку»						
7	Поверхні другого порядку	12	14	29		
Модульна контрольна робота 4					1	
Колоквіум					1	
Всього годин за II семестр		28	28	60		
Всього за курс		56	56	120		

I СЕМЕСТР

Змістовий модуль 1 ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

Тема 1. Елементи векторної алгебри. (14 год.)

Лекція 1. *Поняття вектора.* — 2 год.

Відношення еквівалентності. Означення вектора. Компланарні та колінеарні вектори. Вільні вектори.

Практичне заняття 1. Поняття вектора. — 2 год.

Приклади бінарних відношень. Перевірка колінеарності векторів. Перевірка компланарності векторів.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на вектори.

Література [1, 2, 3].

Лекція 2. *Лінійні операції з векторами. Лінійна залежність.* — 2 год.

Сума векторів. Різниця векторів. Добуток вектора на скаляр.

Практичне заняття 2. Декартові координати. — 2 год.

Знаходження координат вектора у заданому базисі. Знаходження декартових координат вектора. Операції з декартовими координатами точок.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на декартові координати векторів.

Література [1, 2, 3].

Лекція 3. *Базис.* — 2 год.

Декартові координати вектора. Декартові координати точки. Поділ відрізка у даному відношенні.

Практичне заняття 3. Проекції векторів. Скалярний добуток. — 2 год.

Знаходження проєцій векторів на пряму на площині. Знаходження проєцій векторів на площину у просторі. Знаходження скалярного добутка. Застосування скалярного добутка до перевірки ортогональності векторів. Застосування скалярного добутка для знаходження кута між векторами.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на проєкції векторів. Розв'язування задач на скалярний добуток векторів.

Література [1, 2, 3].

Лекція 4. *Проекції векторів.* — 2 год.

Поділ відрізка у даному відношенні. Проекції векторів на пряму на площині. Проеції векторів на площину у просторі.

Практичне заняття 4. Векторний добуток. — 2 год.

Обчислення векторного добутку. Застосування векторного добутку до перевірки колінеарності векторів. Обчислення площ за допомогою векторного добутку.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на векторний добуток векторів.

Література [1, 2, 3].

Лекція 5. Скалярний добуток. — 2 год.

Властивості проєкцій. Проєкція суми векторів. Проєкція добутку вектора на число. Властивості скалярного добутку.

Практичне заняття 5. Мішаний добуток. — 2 год.

Обчислення мішаного добутку. Обчислення об'єму за допомогою мішаного добутку. Подвійний векторний добуток.

Завдання для самостійної роботи (5 год.)

1. Розв'язування задач на мішаний добуток векторів.

Література [1, 2, 3].

Лекція 6. Векторний добуток. — 2 год.

Орієнтація систем векторів. Знаходження векторного добутку двох векторів. Властивості векторного добутку.

Практичне заняття 6. Системи координат. — 2 год.

Знаходження координат точок у різних системах координат. Перехід від однієї системи координат до іншої.

Завдання для самостійної роботи (5 год.)

1. Розв'язування задач на формули переходу між різними системами координат.

Література [1, 2, 3].

Лекція 7. Мішаний добуток. Подвійний векторний добуток. — 2 год.

Знаходження мішаного добутку трьох векторів. Властивості мішаного добутку. Властивості подвійного векторного добутку.

Практичне заняття 7. Контрольна робота. Рівняння прямої на площині. — 2 год.

Різні рівняння прямої. Знаходження кута між прямими. Застосування умови перпендикулярності.

Завдання для самостійної роботи (5 год.)

1. Розв'язування задач на різні рівняння прямої на площині.

Література [1, 2, 3].

ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 1

1. Знайти розклад вектора d за векторами a , b і c , якщо: $a = \{1; 2; 1\}$, $b = \{0; 1; 1\}$, $c = \{1; 1; 1\}$, $d = \{0; -15; 6\}$;

2. Знайти косинус внутрішнього кута при вершині A трикутника ABC , якщо $A(1; 1; 3)$, $B(2; 1; 1)$, $C(1; 1; 1)$.

3. Знайти об'єм і висоту DH тетраедра $ABCD$, якщо $A(2; 1; 0)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; 3; 1)$,

D(1; 1; 2).

4. Дано три послідовних вершини трапеції $A=(-1, -2)$, $B=(1, 3)$, $C=(9, 9)$. Знайти четверту вершину D цієї трапеції, точку M перетину її діагоналей та точку S перетину бічних сторін, якщо відомо, що довжина її основи AD дорівнює 15.

Контрольні запитання і завдання до змістового модуля 1

1. Векторний простір. Лінійна залежність. Леми про лінійну залежність.
2. Базис. Координати вектора. Основна теорема векторної алгебри.
3. Вектор. Модуль вектора. Колінеарність. Компланарність. Однаково і протилежно напрямлені вектори. Вільний вектор. Кут між ненульовими векторами.
4. Додавання векторів. Коректність означення. Властивості. Різниця векторів.
5. Множення вектора на скаляр. Коректність означення. Властивості.
6. Теорема про базис векторів прямої. Наслідок про колінеарність векторів.
7. Теорема про базис векторів площини. Наслідок про компланарність векторів.
8. Теорема про базис векторів простору.
9. Декартова система координат на прямій, на площині, у просторі. Декартові координати вектора і точки. Афінна, косокутна, прямокутна декартова система координат.
10. Поділ відрізка у даному відношенні.
11. Проекція точки на пряму і на площину.
12. Вектор-проекція вектора на пряму (на площині й у просторі) і на площину. Властивості вектор-проекцій.
13. Проекція вектора на вісь. Властивості.
14. Скалярний добуток. Властивості. Обчислення скалярного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
15. Орієнтація декартової системи координат на площині й у просторі.
16. Векторний добуток. Властивості. Обчислення векторного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
17. Мішаний добуток. Властивості. Обчислення мішаного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
18. Подвійний векторний добуток. Основні тотожності.

Змістовий модуль 2 ГЕОМЕТРИЧНІ ОБРАЗИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

Тема 2. Пряма на площині.

Лекція 8. *Лінія на площині.* — 2 год.

Рівняння лінії на площині. Рівняння прямої на площині. Кут між прямими. Умова перпендикулярності.

Практичне заняття 8. Взаємне розташування прямих і точок на площині. — 2 год.

Знаходження взаємного розташування прямих на площині. Знаходження взаємного розташування точок відносно прямих на площині. Перевірка паралельності двох прямих.

Завдання для самостійної роботи (5 год.)

1. Розв'язування задач на взаємне розташування прямих на площині.
Література [1, 2, 3].

Лекція 9. Взаємне розташування прямих і точок на площині. — 2 год.

Взаємне розташування прямих на площині. Умова паралельності.

Практичне заняття 9. Відстань від точки до прямої.— 2 год.

Знаходження відстані від точок до прямих. Знаходження рівнянь бісектрис кутів між двома прямими. Застосування пучка прямих на площині для знаходження загального рівняння прямих.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на формулу відстані від точки до прямої на площині.
Література [1, 2, 3].

Лекція 10. Відстань від точки до прямої. — 2 год.

Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Рівняння бісектрис кутів між двома прямими. Пучок прямих на площині.

Практичне заняття 10. Рівняння площини.— 2 год.

Знаходження різних рівнянь площини. Обчислення кута між площинами. Умова перпендикулярності. Знаходження взаємного розташування площин. Умова паралельності. Знаходження взаємного розташування точок відносно площини.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на різні рівняння площини.
Література [1, 2, 3].

Тема 3. Площина у просторі.

Лекція 11. Лінія та поверхня у просторі. — 2 год.

Рівняння лінії та площини. Кут між площинами. Умова перпендикулярності. Взаємне розташування площин. Умова паралельності. Взаємне розташування точок відносно площини.

Практичне заняття 11. Відстань від точки до площини.— 2 год.

Обчислення відстані між двома паралельними площинами. Знаходження рівняння бісекторних площин кутів між двома площинами. Застосування пучка і в'язки площин для знаходження загального рівняння площин.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на формулу відстані від точки площини.
Література [1, 2, 3].

Лекція 12. Відстань від точки до площини. — 2 год.

Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Відстань між двома паралельними площинами. Рівняння бісекторних площин кутів між двома площинами. Пучок і в'язка площин.

Практичне заняття 12. — Рівняння прямої у просторі. 2 год.
Знаходження різних рівнянні прямої. Перехід від одного рівняння до іншого.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на різні рівняння прямої.

Література [1, 2, 3].

Тема 4. Пряма у просторі.

Лекція 13. Рівняння прямої у просторі — 2 год.

Рівняння прямої у просторі. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Взаємне розташування прямої та площини у просторі. Відстань між паралельними прямими у просторі. Відстань між мимобіжними прямими. Рівняння площини, яка проходить через дві прямі, що перетинаються. Рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі. Спільний перпендикуляр до двох прямих.

Практичне заняття 13. Взаємне розташування двох прямих у просторі.— 2 год.

Дослідження взаємного розташування двох прямих у просторі.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на взаємне розташування прямих.

Література [1, 2, 3].

Тема 5. Системи координат.

Лекція 14. Перетворення координат. — 2 год.

Перетворення координат. Перетворення прямокутних декартових координат на площині. Полярна система координат.

Практичне заняття 14. Взаємне розташування прямої та площини у просторі. Різні задачі на пряму у просторі. Контрольна робота. — 2 год.

Дослідження взаємного розташування прямої та площини у просторі. Знаходження відстані між паралельними прямими у просторі. Знаходження відстані між мимобіжними прямими.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на взаємне розташування прямої та площини. Розв'язування задач на формули відстані між паралельними та мимобіжними прямими.

Література [1, 2, 3].

ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 2

1. Скласти рівняння бісектриси тупого кута, утвореного двома прямими $5x + 3y = 0$, $x - 5y - 1 = 0$.

2. Написати рівняння сторін трикутника ABC і знайти координати його вершин, якщо відомі: вершина B(2, -1), а також рівняння висоти $3x-4y+27=0$ та бісектриси $x+2y-5=0$, проведених із різних вершин.

3. Написати канонічні рівняння прямої, яка проходить через точку (3,2,5) і перпендикулярна площині $7x+y+4z+3=0$.

4. Знайти рівняння бісекторних площин кутів між площинами $3x-2y+4z+1=0$ і $5x+2y-3=0$.

Контрольні запитання і завдання до змістового модуля 2

1. Лінія на площині та її рівняння.
2. Теорема про рівняння прямої на площині.
3. Загальне, векторно-параметричне, параметричні, канонічне рівняння прямої на площині. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
4. Кут між прямими на площині й умова перпендикулярності у випадку задання прямих загальними, канонічними рівняннями, рівняннями з кутовим коефіцієнтом.
5. Рівняння прямих, які проходять через точку під кутом до прямої.
6. Взаємне розташування прямих на площині й умова паралельності у випадку задання прямих загальними, канонічними рівняннями, рівняннями з кутовим коефіцієнтом.
7. Взаємне розташування прямих і точок на площині. Теорема про вектор нормалі.
8. Нормальне рівняння прямої на площині. Відстань від точки до прямої. Відстань між паралельними прямими. Рівняння бісектрис кутів між двома прямими.
9. Пучок прямих на площині.
10. Лінія та поверхня у просторі. Їх рівняння.
11. Теорема про рівняння площини.
12. Загальне, векторно-параметричне, параметричні рівняння площини.
13. Кут між площинами. Умова перпендикулярності.
14. Взаємне розташування площин. Умова паралельності.
15. Взаємне розташування точок відносно площини. Теорема про вектор нормалі.
16. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Відстань між паралельними площинами. Рівняння бісекторних площин кутів між двома площинами.
17. Пучок площин.
18. В'язка площин.
19. Рівняння прямої у просторі.
20. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Умова паралельності. Кут між прямими. Умова перпендикулярності.
21. Взаємне розташування прямої та площини у просторі. Умова паралельності. Кут між прямою і площиною. Умова перпендикулярності.
22. Відстань між паралельними і мимобіжними прямими у просторі.
23. Рівняння площини, яка проходить через дві прямі, які перетинаються.
24. Рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі.

25. Рівняння спільного перпендикуляра до двох прямих.

Перелік запитань на іспит

1. Векторний простір. Лінійна залежність. Лема про лінійну залежність.
2. Базис. Координати вектора. Основна теорема векторної алгебри.
3. Вектор. Модуль вектора. Колінеарність. Компланарність. Однаково і протилежно напрямлені вектори. Вільний вектор. Кут між ненульовими векторами.
4. Додавання векторів. Коректність означення. Властивості. Різниця векторів.
5. Множення вектора на скаляр. Коректність означення. Властивості.
6. Теорема про базис векторів прямої. Наслідок про колінеарність векторів.
7. Теорема про базис векторів площини. Наслідок про компланарність векторів.
8. Теорема про базис векторів простору.
9. Декартова система координат на прямій, на площині, у просторі. Декартові координати вектора і точки. Афінна, косокутна, прямокутна декартова система координат.
10. Поділ відрізка у даному відношенні.
11. Проекція точки на пряму і на площину.
12. Вектор-проекція вектора на пряму (на площині й у просторі) і на площину. Властивості вектор-проекцій.
13. Проекція вектора на вісь. Властивості.
14. Скалярний добуток. Властивості. Обчислення скалярного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
15. Орієнтація декартової системи координат на площині й у просторі.
16. Векторний добуток. Властивості. Обчислення векторного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
17. Мішаний добуток. Властивості. Обчислення мішаного добутку у прямокутній декартовій системі координат.
18. Подвійний векторний добуток. Основні тотожності.
19. Лінія на площині та її рівняння.
20. Різні види рівняння прямої.
21. Основна теорема про пряму на площині.
22. Неповне рівняння прямої і розташування прямої на площині.
23. Рівняння прямої у відрізках на осях та рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом.
24. Кут між прямими на площині, умова перпендикулярності.
25. Взаємне розташування прямих на площині, умова паралельності.
26. Взаємне розташування прямих і точок на площині. Лема про вектор нормалі.
27. Нормальне рівняння прямої на площині. Відстань від точки до прямої. Відстань між паралельними прямими. Рівняння бісектрис кутів між двома прямими.
28. Пучок прямих на площині.
29. Лінія та поверхня у просторі. Їх рівняння.
30. Різні види рівняння площини.

31. Основна теорема про площину.
32. Неповне рівняння площини і розташування площини у просторі.
33. Кут між площинами. Умова перпендикулярності.
34. Взаємне розташування площин. Умова паралельності.
35. Взаємне розташування точок відносно площини. Лема про вектор нормалі.
36. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Відстань між паралельними площинами. Рівняння бісекторних площин кутів між двома площинами.
37. Пучок площин.
38. В'язка площин.
39. Різні види рівняння прямої у просторі.
40. Взаємне розташування двох прямих у просторі. Умова паралельності. Кут між прямими. Умова перпендикулярності.
41. Взаємне розташування прямої та площини у просторі. Умова паралельності. Кут між прямою і площиною. Умова перпендикулярності.
42. Відстань між паралельними і мимобіжними прямими у просторі.
43. Рівняння площини, яка проходить через дві прямі, які перетинаються.
44. Рівняння спільного перпендикуляра до двох мимобіжних прямих.
45. Перетворення координат.
46. Перетворення прямокутної декартової системи координат на площині.
47. Полярна система координат.

Приклад білету на іспит

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Спеціальність математика семестр 1
 Навчальний предмет «Аналітична геометрія»

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 26

1. Взаємне розташування прямих на площині, умова паралельності.
2. Сферична система координат.
3. Задачі.

Затверджено на засіданні кафедри _____ геометрії

Протокол № від "___" _____ 20__ р.

Зав.кафедрою _____ Екзаменатор _____ Городній М.Ф.

Приклад варіанту задач

Варіант 9

1. Чи буде опуклим чотирикутник $ABCD$, якщо $A(1,3)$, $B(2,7)$, $C(-1,4)$, $D(3,-2)$?

2. Визначити взаємне розташування площин

$$2x + 2y - z + 1 = 0 \quad \text{та} \quad \begin{cases} x = u + v \\ y = 3 - v \\ z = 1 + 2u \end{cases} .$$

II СЕМЕСТР

Змістовий модуль 3 КРИВІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Тема 6. Криві другого порядку.

Самостійна робота у період з 23 січня по 28 лютого. (10 год. самостійної роботи)

Самостійне завдання 1. Опрацювати: Коло. Еліпс та його рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми еліпса за його канонічним рівнянням. Директриси еліпса [1, 2, 3]. Розв'язати задачі: 517(в,є), 518(г,д), 520, 527, 529(а,в), 533, 536, 539(а), 542 [1].

Самостійне завдання 2. Опрацювати: Гіпербола та її рівняння. Ексцентриситет. Директриси. Дослідження форми гіперболи за її канонічним рівнянням. Директриси гіперболи М. Розв'язати задачі: 556(г,д), 557(в), 559, 567(а,в), 568, 574, 578(а) [1].

Самостійне завдання 3. Опрацювати: Парабола. Полярні рівняння кола, еліпса, гіперболи та параболи [1, 2, 3]. Розв'язати задачі: 605(а,г), 608, 610(г,ж), 611(б), 617(а) 629(б,д), 631(в), 634(а) [1].

Самостійне завдання 4. Опрацювати: Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. [1, 2, 3]. Розв'язати задачі: 672, 678, 682[1].

Самостійне завдання 5. Опрацювати: Дотична до кола, еліпса, гіперболи, параболи [1, 2, 3]. Розв'язати задачі: 708, 712, 719, 725, 742, 746 [1].

Лекція 15. Еліпс, гіпербола, парабола. — 2 год.

Коло. Еліпс та його рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми еліпса за його канонічним рівнянням. Директриси еліпса. Гіпербола та її рівняння. Ексцентриситет. Директриси. Дослідження форми гіперболи за її канонічним рівнянням. Директриси гіперболи. Парабола та її рівняння

Практичне заняття 15. Еліпс.— 2 год.

Знаходження ексцентриситету еліпса. Знаходження директрис еліпса. Складання канонічного рівняння еліпса.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на еліпс.

Лекція 16. Дотична до кола, еліпса, гіперболи, параболи. — 2 год.

Необхідні й достатні умови того, що пряма, задана своїм загальним рівнянням, є дотичною до кола, еліпса, гіперболи, параболи. Оптичні властивості еліпса, гіперболи і параболи. Полярні рів-

няння кола, еліпса, гіперболи і параболі.

Практичне заняття 16. — Гіпербола. 2 год.

Знаходження ексцентриситету гіперболи. Знаходження директрис гіперболи. Складання канонічного рівняння гіперболи.

Складання канонічного рівняння параболі. Знаходження полярних рівнянь директрис кривих другого порядку. Знаходження полярних рівнянь асимптот гіперболи.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на параболу.

Література [1, 2, 3].

Лекція 17. Загальне рівняння кривої другого порядку. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. — 2 год.

Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. Дотична і нормаль. Асимптотичні напрями кривої другого порядку. Тип кривої другого порядку.

Практичне заняття 17. Парабола. Полярні рівняння кола, еліпса, гіперболи та параболі. — 2 год.

Складання канонічного рівняння параболі. Знаходження полярних рівнянь директрис кривих другого порядку. Знаходження полярних рівнянь асимптот гіперболи.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

Література [1,2,3]

Лекція 18. Центр кривої другого порядку. Хорди кривої другого порядку. — 2 год.

Теореми про хорди та теорема про центр кривої другого порядку.

Література [2, 3].

Практичне заняття 18. Дотична до кола, еліпса, гіперболи та параболі. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої.— 2 год.

Загальне рівняння кривої другого порядку. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. Дотична і нормаль.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на дотичну і нормаль.

Література [1,2,3].

Лекція 19. Діаметри кривої другого порядку. — 2 год.

Спряжені напрями і спряжені діаметри кривої другого порядку

Практичне заняття 19. Асимптотичні напрями кривої другого порядку. Тип кривої другого порядку. — 2 год.

Застосування оптичних властивостей кривих другого порядку. Знаходження асимптотичних напрямів кривої другого порядку. Визначення типу кривої другого порядку. Знаходження центру кривої другого порядку.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на асимптотичні напрями.

Література [1, 2, 3].

Лекція 20. Теорема Аполлонія. — 2 год.

Перша теорема Аполлонія. Друга теорема Аполлонія. Головні напрями кривої другого порядку.

Практичне заняття 20. Діаметри кривої другого порядку. Теорема Аполлонія. — 2 год.

Знаходження діаметрів кривої другого порядку. Відшукування спряжених діаметрів. Застосування теорем Аполлонія для знаходження довжин спряжених діаметрів. Знаходження головних напрямів.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на діаметри кривої другого порядку.

Література [1, 2, 3]

Лекція 21. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. — 2 год.

Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.

Практичне заняття 21. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат і за допомогою інваріантів та напівінваріанта. — 2 год.

Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріанта.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. Розв'язування задач на зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів.

Література [1, 2, 3].

Лекція 22. Інваріанти та напівінваріант загального рівняння кривої другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріанта — 2 год.

Практичне заняття 22. Контрольна робота. Загальне рівняння поверхні другого порядку. — 2 год.

Складання рівнянь циліндричних поверхонь. Складання рівнянь конічних поверхонь. Складання рівнянь поверхонь обертання.

Завдання для самостійної роботи (6 год.)

1. Розв'язування задач на складання рівнянь конічних та циліндричних поверхонь.
Література [1, 2, 3].

ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 3

1. Відстань від точки M еліпса до директриси дорівнює 20. Обчислити відстань від точки M до фокуса, одностороннього з цією директрисою, якщо ексцентриситет еліпса дорівнює $2/5$.

2. Визначити ексцентриситет рівносторонньої гіперболи.

3. Знайти геометричне місце точок, симетричних до фокуса параболи відносно дотичних до цієї параболи.

4. Довести, що точка перетину дотичних до параболи в кінцях довільної її хорди лежить на діаметрі, спряженому з цією хордою.

5. За допомогою інваріантів звести загальне рівняння кривої другого порядку $x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x - 2y = 0$ до найпростішого вигляду і встановити, який геометричний образ задається цим рівнянням.

Контрольні запитання і завдання до змістового модуля 3

1. Загальне рівняння кривої другого порядку.
2. Коло. Його канонічне рівняння.
3. Еліпс. Його канонічне рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми еліпса за його канонічним рівнянням. Директриси еліпса. Фокальні властивості еліпса.
4. Гіпербола. Її канонічне рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми гіперболи за її канонічним рівнянням. Директриси гіперболи. Фокальні властивості гіперболи.
5. Парабола. Її канонічне рівняння.
6. Дослідження взаємного розташування кола, еліпса, гіперболи і параболи з прямою. Необхідні й достатні умови того, що пряма, задана своїм загальним рівнянням, є дотичною до кола, еліпса, гіперболи, параболи.
7. Оптичні властивості еліпса, гіперболи і параболи.
8. Фокальний параметр. Полярні рівняння кола, еліпса, гіперболи і параболи.
9. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої. Дотична і нормаль.
10. Асимптотичні напрями кривої другого порядку. Тип кривої другого порядку.
11. Лема про криву другого порядку, яка містить дві різні точки.
12. Центр кривої другого порядку.
13. Хорди кривої другого порядку. Діаметри кривої другого порядку. Випадки центральної кривої та кривої параболічного типу. Спряжені напрями і спряжені діаметри кривої другого порядку. Теореми Аполлонія.
14. Головні напрями кривої другого порядку.

15. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.
16. Інваріанти та напівінваріант загального рівняння кривої другого порядку. Формула зміни напівінваріанта загального рівняння кривої другого порядку при перенесенні початку координат.
17. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріанта.

Змістовий модуль 4 ПОВЕРХНІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Тема 7. Поверхні другого порядку.

Лекція 23. Загальне рівняння поверхні другого порядку. — 2 год.

Загальне рівняння поверхні другого порядку. Циліндричні поверхні. Конічні поверхні.

Практичне заняття 23. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку. — 2 год.

Складання канонічних рівнянь еліпсоїда. Складання канонічних рівнянь гіперболоїдів. Складання канонічних рівнянь параболоїдів. Взаємне розташування поверхні другого порядку і площини.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на складання канонічних рівнянь поверхонь другого порядку.
- Література [1, 2, 3].

Лекція 24. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку — 2 год.

Поверхні обертання. Еліпсоїд, однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний та гіперболічний параболоїди.

Практичне заняття 24. Взаємне розташування поверхні другого порядку і прямої.— 2 год.

Взаємне розташування поверхні другого порядку і прямої. Дотична площина і нормаль.

Завдання для самостійної роботи (4 год.)

1. Розв'язування задач на дотичну площину і нормаль.
- Література [1, 2, 3].

Лекція 25. Взаємне розташування поверхні другого порядку і прямої. — 2 год.

Дослідження взаємного розташування поверхонь другого порядку, заданих своїми канонічними рівняннями, і прямої. Дотична площина і нормаль.

Практичне заняття 25. Прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда і гіперболічного параболоїда. — 2 год

Знаходження прямолінійних твірних однопорожнинного гіперболоїда. Знаходження прямолінійних твірних гіперболічного параболоїда. Знаходження центру поверхні другого порядку.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на прямолінійні твірні.
Література [1,2,3].

Лекція 26. Центр поверхні другого порядку. — 2 год

Центр поверхні другого порядку. Хорди поверхні другого порядку. Діаметральна площина поверхні другого порядку. Головні напрями поверхні другого порядку.

Практичне заняття 26. Діаметральна площина поверхні другого порядку. — 2 год.

Знаходження діаметральної площини поверхні другого порядку. Головні напрями поверхні другого порядку.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на діаметральну площину.
Література [1, 2, 3].

Лекція 27. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. — 2 год.

Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.

Практичне заняття 27. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат. — 2 год.

Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.
Література [1, 2, 3].

Лекція 28. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів. — 2 год.

Інваріанти та напівінваріанти загального рівняння поверхні другого порядку. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів.

Практичне заняття 28. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів. — 2 год.

Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів.

Завдання для самостійної роботи (3 год.)

1. Розв'язування задач на зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів.

ТИПОВЕ ЗАВДАННЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 4

1. Вісь Oy є віссю кругової конічної поверхні з вершиною в початку координат, а її твірні нахилені під кутом 60° до осі Oy . Скласти рівняння цієї конічної поверхні.
2. Довести, що рівняння $z=xy$ визначає гіперболічний параболоїд.
3. Написати рівняння дотичної площини до еліптичного параболоїда заданого своїм канонічним рівнянням, яка відтинає на осях абсцис і ординат відрізки величини p і q відповідно.
4. Знайти гострий кут між твірними конічної поверхні $x^2+y^2-z^2=0$, по яким його перетинає площина $5x+10y-11z=0$.
5. За допомогою інваріантів звести загальне рівняння поверхні другого порядку $x^2+y^2-3z^2-2xy-6xz-6yz+2x+2y+4z=0$ до найпростішого вигляду і встановити, який геометричний образ задається цим рівнянням.

Контрольні запитання і завдання до змістового модуля 4

1. Загальне рівняння поверхні другого порядку.
2. Циліндричні поверхні.
3. Конічні поверхні.
4. Поверхні обертання.
5. Еліпсоїд, однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний та гіперболічний параболоїди.
6. Теорема про збереження афінного класу кривої другого порядку при ортогональному проектуванні. Взаємне розташування поверхні другого порядку і площини.
7. Взаємне розташування поверхні другого порядку і прямої. Дотична площина і нормаль. Дослідження взаємного розташування поверхонь другого порядку, заданих своїми канонічними рівняннями, і прямої.
8. Прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда і гіперболічного параболоїда.
9. Центр поверхні другого порядку.
10. Хорди поверхні другого порядку. Діаметральна площина поверхні другого порядку.
11. Головні напрями поверхні другого порядку. Теорема про їх характеристизацію. Наслідок про кількість головних напрямів.
12. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.
13. Інваріанти та напівінваріанти загального рівняння поверхні другого порядку. Формула зміни напівінваріанта загального рівняння поверхні другого порядку при перенесенні початку координат.
14. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів.

Перелік запитань на іспит

1. Еліпс та його канонічне рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми еліпса за його канонічним рівнянням. Директриси еліпса. Фокальні радіуси еліпса.
2. Гіпербола. Її канонічне рівняння. Ексцентриситет. Дослідження форми гіперболи за її канонічним рівнянням. Директриси гіперболи. Фокальні радіуси гіперболи.
3. Парабола. Її канонічне рівняння.
4. Фокальні властивості КДП.
5. Фокальний параметр. Полярні рівняння КДП.
6. Дотична до КДП, заданої канонічним рівнянням. Властивості дотичних до КДП.
7. Оптичні властивості еліпса, гіперболи і параболи.
8. Загальне рівняння кривої другого порядку.
9. Взаємне розташування кривої другого порядку і прямої.
10. Дотична і нормаль до КДП.
11. Асимптотичні напрями еліпса, гіперболи, параболи.
12. Асимптотичні напрями КДП. Тип КДП.
13. Хорди кривої другого порядку.
14. Лема про нескінченну кількість точок КДП.
15. Центр кривої другого порядку.
16. Теорема про середини хорд КДП. Діаметри кривої другого порядку.
17. Діаметри кривої другого порядку. Теорема про діаметр центральної КДП.
18. Спряжені напрями і спряжені діаметри кривої другого порядку.
19. Теореми Аполлонія.
20. Головні напрями кривої другого порядку. Теорема про головний напрям.
21. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.
22. Інваріанти та напівінваріант загального рівняння кривої другого порядку. Формула зміни напівінваріанта загального рівняння кривої другого порядку при перенесенні початку координат.
23. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріанта.
24. Загальне рівняння поверхні другого порядку.
25. Циліндричні поверхні.
26. Конічні поверхні.
27. Поверхні обертання.
28. Еліпсоїд, однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди, еліптичний та гіперболічний параболоїди.
29. Прямолінійні твірні однопорожнинного гіперболоїда і гіперболічного параболоїда.
30. Взаємне розташування поверхні другого порядку і прямої.
31. Теорема про множину дотичних до ПДП. Дотична площина і нормаль.
32. Центр поверхні другого порядку.
33. Хорди поверхні другого порядку. Діаметральна площина поверхні другого порядку.
34. Головні напрями поверхні другого порядку. Теорема про їх характеристизацію.

- Наслідок про кількість головних напрямів.
35. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою перетворення координат.
 36. Інваріанти та напівінваріанти загального рівняння поверхні другого порядку. Формули зміни напівінваріантів загального рівняння поверхні другого порядку при перенесенні початку координат.
 37. Зведення загального рівняння поверхні другого порядку до найпростішого вигляду за допомогою інваріантів та напівінваріантів.
 38. Теорема про проекцію КДП. Взаємне розташування поверхні другого порядку і площини.
 39. Колові перерізи.
 40. Дотична конічна поверхня ПДП.
 41. Конічна поверхня асимптотичних напрямів ПДП. Асимптотична конічна поверхня ПДП.
 42. Сферична система координат.
 43. Циліндрична система координат.

Приклад білету на іспит

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
 Спеціальність математика семестр 2
 Навчальний предмет «Аналітична геометрія»

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 6

1. Фокальний параметр. Полярні рівняння КДП.
2. Взаємне розташування ПДП і прямої.
3. Задачі.

Затверджено на засіданні кафедри _____ геометрії

Протокол № від "___" _____ 20 р.

Зав.кафедрою _____ Екзаменатор _____ Городній М.Ф.

Приклад варіанту задач

Варіант 7

1. Відстань від точки М еліпса до директриси дорівнює 20. Обчислити відстань від точки М до фокуса, одностороннього з цією директрисою, якщо ексцентриситет еліпса дорівнює $2/5$.

2. За допомогою інваріантів звести загальне рівняння поверхні другого порядку $x^2 + y^2 - 3z^2 - 2xy - 6xz - 6yz + 2x + 2y + 4z = 0$ до найпростішого вигляду і встановити, який геометричний образ задається цим рівнянням.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

а) основна:

1. Збірник задач з аналітичної геометрії / За ред. В. В. Кириченка. — Кам'янець-Подільський: Аксиома, 2005. — 228 с.
2. В. В. Кириченко, Н. Ю. Петкевич, А. П. Петравчук. Аналітична геометрія. — Київ: ВПЦ «Київський університет», 2003. — 192 с.

б) додаткова:

3. П. С. Александров. Лекции по аналитической геометрии. — Москва: Наука, 1968. — 912 с.
4. М. М. Постников. Аналитическая геометрия. — Москва: Наука, 1973. — 752 с.
5. П. С. Моденов. Аналитическая геометрия. — Москва: МГУ, 1969. — 700 с.