

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Механіко-математичний факультет  
Кафедра геометрії

Укладач: доц. В. М. Бабич

## ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ТОПОЛОГІЯ

Робоча навчальна програма дисципліни  
циклу професійної підготовки фахівців  
освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр»  
для студентів II курсу денної форми навчання  
спеціальності 6.040205 «Статистика»

Затверджено  
на засіданні кафедри геометрії,  
протокол №\_\_ від \_\_.\_\_.2010 р.  
Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ проф. В. В. Кириченко

Затверджено  
на засіданні вченої ради  
механіко-математичного факультету,  
протокол №\_\_ від \_\_.\_\_.2010 р.  
Декан мех.-мат. факультету  
\_\_\_\_\_ проф. М. Ф. Городній

Робоча навчальна програма з дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія». Укладач: кандидат фізико-математичних наук, доцент В'ячеслав Михайлович Бабич.

**Лектор:** к. ф.-м. н., доц. В. М. Бабич.

**Викладач:** к. ф.-м. н., доц. В. М. Бабич.

Погоджено  
з науково-методичною комісією  
механіко-математичного факультету,  
протокол № \_\_\_\_ від \_\_.\_\_.2010 р.  
Голова НМК мех.-мат. факультету  
\_\_\_\_\_ проф. О. О. Курченко

## Вступ

Дисципліна «Диференціальна геометрія та топологія» для студентів денної форми навчання спеціальності 6.040205 «Статистика» є базовим нормативним курсом, що читається в IV семестрі в обсязі 4.5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), і розрахована на 162 години занять. З них 34 години лекцій, 34 години практичних занять і 94 години самостійної роботи. Семестр закінчується іспитом.

**Мета і завдання навчальної дисципліни** «Диференціальна геометрія та топологія»: ознайомлення студентів з основними поняттями диференціальної геометрії та топології, операціями на топологічних просторах, топологічними властивостями, оволодіння теоретичними положеннями та основними застосуваннями диференціальної геометрії та топології в різних задачах математики, їх використання в подальших курсах з математики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

**Предмет навчальної дисципліни** «Диференціальна геометрія та топологія»: топологічний простір, відображення топологічних просторів, крива, поверхня.

### **Вимоги до знань та вмінь студентів.**

*Студент повинен знати:* основні поняття диференціальної геометрії та топології, зокрема: топологічний простір, база, передбаза, внутрішність і замикання множини, неперервне, відкрите, замкнене відображення топологічних просторів, гомеоморфізм, ініціальна та фінальна топології, підпростір, факторпростір, топологічні добуток і сума, зв'язність, лінійна зв'язність, аксіоми зліченності, ліндельфовість, квазікомпактність, сепарабельність, аксіоми відокремлюваності, метризованість, збіжність, крива, поверхня, тригранник Френе, кривина, скрут кривої, перша та друга квадратичні форми, головні напрями та головні кривини поверхні, лінії на поверхні.

*Студент повинен вміти:* перевіряти виконання аксіом топології, знаходити базу топологічного простору та системи околів його точки найменшої потужності, знаходити топологію, породжену родиною підмножин, знаходити внутрішність, замикання, граничні та ізольовані точки множини, перевіряти відображення топологічних просторів на відкритість, замкненість та неперервність, знаходити індуковану топологію та фактортопологію, визначати топологічні властивості топологічних просторів, задавати криву та поверхню різними способами, застосовувати першу та другу квадратичні форми поверхні при розв'язуванні задач, обчислювати кривину, скрут кривої, повну та середню кривини поверхні, знаходити елементи тригранника Френе.

**Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.** Навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія та топологія» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» і використовується при вивченні нормативних курсів «Диференціальні рівняння», «Математична фізика», «Сучасна топологія» та інших.

**Система контролю та оцінювання знань.** Результати вивчення студентами навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія» оцінюються за 100-бальною шкалою згідно з модульно-рейтинговою системою, яка складається з 2 модулів.

*Модульний контроль.*

#### IV семестр

Змістовий модуль 1: 0 – 30 балів:

- активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу, виконання аудиторних і домашніх завдань): 0 – 10 балів;
- колоквиум: 0 – 20 балів.

Змістовий модуль 2: 0 – 30 балів:

- активність студента на заняттях і виконання ним самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу, виконання аудиторних і домашніх завдань): 0 – 10 балів;
- письмова модульна контрольна робота: 0 – 20 балів.

Якщо за результатами модульно-рейтингового контролю студент отримав сумарну кількість балів за 2 змістові модулі, яка не перевищує 20 балів, то студент не допускається до іспиту.

Іспит: 0 – 40 балів.

Всього за семестр: 0 – 100 балів.

При цьому, сумарна кількість балів відповідає оцінці:

- 0–34 – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- 35–59 – «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- 60–64 – «задовільно» («достатньо»);
- 65–74 – «задовільно»;
- 75–84 – «добре»;
- 85–89 – «добре» («дуже добре»);
- 90–100 – «відмінно».

#### *Шкала відповідності*

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою		
90–100	5	відмінно	зараховано
75–89	4	добре	
60–74	3	задовільно	
0–59	2	незадовільно	не зараховано

## Навчально-тематичний план лекцій, практичних занять і самостійної роботи

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
<b>IV семестр</b>				
<b>Змістовий модуль 1</b>				
<b>Основні поняття топології. Операції на топологічних просторах</b>				
1	Основні поняття топології	6	12	25
2	Операції на топологічних просторах	12	8	30
Колоквіум				
<b>Змістовий модуль 2</b>				
<b>Топологічні властивості. Диференціальна геометрія</b>				
3	Топологічні властивості	8	8	22
4	Диференціальна геометрія	8	6	17
Модульна контрольна робота				
Всього за семестр		34	34	94
Всього за курс		34	34	94

# Теми лекцій, практичних занять та завдання для самоїсної роботи

## IV семестр

### Змістовий модуль 1

#### Основні поняття топології. Операції на топологічних просторах

##### Тема 1. Основні поняття топології.

Лекція 1 Топологічний простір. База, покриття, передбаза топологічного простору. — 2 год.

Означення та приклади. Порівняння топологій. Відкриті та замкнені множини. База. Критерій бази. Покриття. Передбаза. База та передбаза системи околів точки топологічного простору.

Самоїсна 2 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

Лекція 2 Внутрішність і замикання множини топологічного простору. — 2 год.

Внутрішність. Замикання. Скрізь щільні множини. Ніде не щільні множини. Внутрішні точки. Точки дотику, граничні й ізольовані точки. Локально скінченні родини множин.

Самоїсна 2 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

Лекція 3 Відображення топологічних просторів. — 2 год.

Неперервні відображення. Неперервність в термінах бази й передбази систем околів точки та її образу відповідно. Критерій неперервності. Композиція неперервних відображень. Відкриті та замкнені відображення. Композиція відкритих (замкнених) відображень. Критерій відкритості відображення. Критерій замкненості відображення. Гомеоморфізм. Критерій гомеоморфізму.

Самоїсна 3 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

Практичне Топологічний простір. — 2 год.

заняття 1 Перевірка виконання аксіом топології. Знаходження всіх відкритих та замкнених множин топологічного простору.

Самоїсна 3 год.

робота Виконання домашніх завдань.

Література [1–3, 9].

Практичне Топологічний простір. Порівняння топологій. — 2 год.

заняття 2 Перевірка виконання аксіом топології. Знаходження всіх відкритих та замкнених множин топологічного простору. Перевірка топологій на порівняність.

- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне База, покриття, передбаза топологічного простору. — 2 год.  
заняття 3 Знаходження бази топологічного простору найменшої потужності. Перевірка, чи є родина підмножин непорожньої множини базою деякої топології на цій множині. Знаходження топології на множині, породженої родиною підмножин цієї множини.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне База системи околів точки. Внутрішність і замикання множини то-  
заняття 4пологічного простору. — 2 год.  
Знаходження бази системи околів точки топологічного простору найменшої потужності. Теоретико-множинні властивості внутрішності та замикання множини топологічного простору.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Внутрішність і замикання множини топологічного простору. —  
заняття 5 2 год.  
Знаходження внутрішності, замикання, похідної множини та множини всіх ізольованих точок множини топологічного простору та перевірка даної множини на відкритість, замкненість, скрізь щільність та ніде не щільність.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Відображення топологічних просторів. — 2 год.  
заняття 6 Перевірка відображення топологічних просторів на відкритість, замкненість та неперервність. Знаходження множини всіх точок розриву відображення топологічних просторів.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].

## Тема 2. Операції на топологічних просторах.

- Лекція 4 Ініціальна та фінальна топології. Підпростір. — 2 год.  
Ініціальна топологія. База та передбаза ініціальної топології. База та передбаза системи околів точки в ініціальній топології. Універсальна властивість. Транзитивність. Фінальна топологія. Відкриті та замкнені в фінальній топології множини. База та передбаза фінальної топології. Універсальна властивість. Транзитивність. Індукована топологія. Підпростір. Відкриті та замкнені в індукованій топології та в підпросторі множини.

- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Лекція 5 Підпростір. Факторпростір. — 2 год.  
Бази та передбази. Універсальна властивість. Топологія, індукована композицією відображень. Звуження відображень. Фундаментальне покриття. Продовження відображень. Топологія насичених відкритих множин. Фактортопологія. Факторне відображення. Факторпростір. Відкрите та замкнене відношення еквівалентності.
- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Лекція 6 Факторпростір. — 2 год.  
Підпростір відносно фактортопології. Звуження та продовження факторних відображень. Бази. Універсальна властивість. Факторизація. Факторпростір підпростору. Факторвідображення. Простір орбіт. Проективні простори.
- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Лекція 7 Топологічний добуток. — 2 год.  
Тихоновська топологія. Внутрішність і замикання. Діагональний добуток відображень. Асоціативність і комутативність.
- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Лекція 8 Топологічний добуток. Топологічна сума. — 2 год.  
Відображення з топологічного добутку. Прямий добуток відображень. Підпростір топологічного добутку. Факторпростір топологічного добутку. Сума топологій. Розклад топологічного простору в топологічну суму. Асоціативність і комутативність.
- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Лекція 9 Топологічна сума. — 2 год.  
Внутрішність і замикання. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Дистрибутивність. Підпростір і факторпростір топологічної суми.
- Самостійна 3 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].



- Практичне заняття 7 Відображення топологічних просторів. Індукована топологія. Підпростір. — 2 год.  
Різні задачі на відображення топологічних просторів, ініціальну та фінальну топології. Знаходження індукованої топології. Знаходження топології підпростору. Продовження відображень.
- Самостійна робота 3 год.  
Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне заняття 8 Фактортопологія. Факторне відображення. Факторпростір. — 2 год.  
Перевірка відношення еквівалентності на топологічному просторі на відкритість та замкненість. Знаходження факторпростору топологічного простору.
- Самостійна робота 3 год.  
Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне заняття 9 Фактортопологія. Факторне відображення. Факторпростір. — 2 год.  
Знаходження фактортопології відносно топології та відображення. Різні задачі на фактортопологію, факторне відображення, факторпростір.
- Самостійна робота 3 год.  
Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне заняття 10 Топологічні добуток та сума. — 2 год.  
Різні задачі на топологічні добуток та суму.
- Самостійна робота 3 год.  
Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].

### Контрольні запитання та завдання до змістового модуля 1

1. Топологічний простір. Порівняння топологій. Відкриті та замкнені множини.
2. База, покриття, передбаза топологічного простору. База та передбаза системи околів точки топологічного простору.
3. Внутрішність і замикання множини топологічного простору. Скрізь щільні та ніде не щільні множини. Внутрішні точки. Точки дотику, граничні й ізольовані точки. Локально скінченні родини множин.
4. Відображення топологічних просторів. Неперервні відображення. Відкриті та замкнені відображення. Гомеоморфізм. Ініціальна та фінальна топології.
5. Індукована топологія. Підпростір. Відкриті та замкнені в індукованій топології та в підпросторі множини. Бази та передбази. Універсальна властивість.

Топологія, індукована композицією відображень. Звуження відображень. Фундаментальне покриття. Продовження відображень.

6. Топологія насичених відкритих множин. Фактортопологія. Факторне відображення. Факторпростір. Відкрите та замкнене відношення еквівалентності. Підпростір відносно фактортопології. Звуження та продовження факторних відображень. Бази. Універсальна властивість. Факторизація. Факторпростір підпростору. Факторвідображення. Простір орбіт. Проективні простори.

7. Топологічний добуток. Тихоновська топологія. Внутрішність і замикання множини в топологічному добутку. Діагональний добуток відображень. Асоціативність і комутативність топологічного добутку. Відображення з топологічного добутку. Прямий добуток відображень. Підпростір топологічного добутку. Факторпростір топологічного добутку.

8. Сума топологій. Топологічна сума. Розклад топологічного простору в топологічну суму. Асоціативність і комутативність топологічної суми. Внутрішність і замикання множини топологічної суми. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Дистрибутивність топологічних суми та добутку. Підпростір і факторпростір топологічної суми.

## Змістовий модуль 2

### Топологічні властивості. Диференціальна геометрія

#### Тема 3. Топологічні властивості.

Лекція 10 Зв'язність. — 2 год.

Зв'язний топологічний простір. Критерій незв'язності. Зв'язна множина топологічного простору. Достатні умови зв'язності. Компоненти зв'язності. Образ зв'язного простору при неперервному відображенні. Зв'язність топологічного добутку. Шлях. Лінійно зв'язні простори та множини.

Самостійна 2 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

Лекція 11 Потужнісні характеристики. — 2 год.

Вага та щільність топологічного простору. Аксиоми зліченності. Ліндельфовість та квазікомпактність. Сепарабельність.

Самостійна 3 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

Лекція 12 Відокремлюваність. — 2 год.

Означення та приклади. Перша аксіома відокремлюваності. Хаусдорфовість. Третя та четверта аксіоми відокремлюваності. Компактність.

Самостійна 3 год.

робота Опрацювання лекційного матеріалу.

Література [1–3, 9].

- Лекція 13 Метризовність. Збіжність. Простори Фреше-Урисона. — 2 год.  
Необхідні умови метризовності. Границя послідовності. Необхідні й достатні умови єдиності границі. Простори Фреше-Урисона. Неперервність у термінах збіжності. Збіжність у конструкціях.
- Самостійна 2 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Зв'язність. — 2 год.  
заняття 11 Перевірка топологічного простору на зв'язність та лінійну зв'язність. Знаходження компонент зв'язності топологічного простору. Різні задачі на зв'язність.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Потужнісні характеристики. — 2 год.  
заняття 12 Перевірка топологічного простору на виконання аксіом зліченності, ліндельфовість, квазікомпактність і сепарабельність. Різні задачі на потужнісні характеристики.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Відокремлюваність. — 2 год.  
заняття 13 Перевірка топологічного простору на виконання аксіом відокремлюваності. Різні задачі на відокремлюваність.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].
- Практичне Збіжність у топологічному просторі. Гомеоморфізм. — 2 год.  
заняття 14 Знаходження множини границь послідовності точок топологічного простору. Перевірка топологічних просторів на гомеоморфність.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [1–3, 9].

#### Тема 4. Диференціальна геометрія.

- Лекція 14 Крива, поверхня та їх рівняння. — 2 год.  
Крива, поверхня та їх рівняння. Параметризація. Підмноговиди в  $\mathbb{R}^n$ . Регулярні й елементарні криві та поверхні. Звичайні та особливі точки. Заміна параметра. Еквівалентні та локально еквівалентні параметризації.
- Самостійна 2 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [4–6, 10].

- Лекція 15 Тригранник Френе, кривина та скрут, натуральні рівняння кривої. — 2 год.  
Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація кривої. Тригранник Френе. Кривина та скрут. Формули Серре-Френе. Натуральні рівняння кривої.
- Самостійна 2 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [4–6, 10].
- Лекція 16 Дотична площина поверхні. Лінії на поверхні. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні. — 2 год.  
Дотична площина поверхні. Криві та сітки на поверхні. Перша квадратична форма поверхні. Обчислення довжин дуг кривих на поверхні. Обчислення кутів між кривими на поверхні. Обчислення площ на поверхні.
- Самостійна 2 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [4–6, 10].
- Лекція 17 Друга квадратична форма поверхні. Головні напрями та кривини. — 2 год.  
Друга квадратична форма поверхні. Теорема Меньє. Нормальні перерізи. Нормальна кривина. Головні напрями та головні кривини. Формула Ойлера. Теорема Родрига. Знаходження головних напрямів та головних кривин. Повна та середня кривини поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини. Асимптотичні лінії.
- Самостійна 2 год.  
робота Опрацювання лекційного матеріалу.  
Література [4–6, 10].
- Практичне Крива, поверхня та їх рівняння. — 2 год.  
заняття 15 Складання рівнянь кривих та поверхонь. Перевірка параметризацій на регулярність та еквівалентність.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [4–6, 10].
- Практичне Натуральна параметризація, тригранник Френе, кривина та скрут,  
заняття 16 натуральні рівняння кривої. — 2 год.  
Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація кривої. Тригранник Френе. Кривина та скрут. Натуральні рівняння кривої. Формули Серре-Френе.
- Самостійна 3 год.  
робота Виконання домашніх завдань.  
Література [4–6, 10].

Практичне заняття 17 Дотична площина поверхні. Перша та друга квадратичні форми поверхні. Лінії на поверхні. — 2 год.

Дотична площина поверхні. Перша квадратична форма поверхні. Обчислення довжин дуг кривих на поверхні. Обчислення кутів між кривими на поверхні. Обчислення площ на поверхні. Друга квадратична форма поверхні. Нормальна кривина. Знаходження головних напрямів та головних кривин. Повна та середня кривини поверхні. Типи точок на поверхні. Теорема Родрига. Лінії кривини. Асимптотичні лінії.

Самостійна робота 3 год.

Виконання домашніх завдань.

Література [4–6, 10].

### Типове завдання модульної контрольної роботи

1. Нехай  $X = \{a, b, c\}$ ,  $\tau = \{\emptyset, X, \{a\}\}$ :

а) довести, що пара  $(X, \tau)$  є топологічним простором;

б) вписати всі відкриті та замкнені в  $X$  множини;

в) знайти базу топологічного простору  $(X, \tau)$  найменшої потужності;

г) з'ясувати, чи є родина  $\beta = \{\{a, b\}, \{a, c\}\}$  підмножин множини  $X$  базою деякої топології на  $X$ ;

д) знайти топологію на  $X$ , передbasisою якої є родина  $\mu = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ ;

е) знайти базу системи околів точки  $x = a$  топологічного простору  $(X, \tau)$  найменшої потужності;

є) знайти внутрішність, замикання, множини граничних та ізольованих точок множини  $A = \{b, c\}$  та з'ясувати, чи є множина  $A$  відкритою, замкненою, скрізь щільною або ніде не щільною в  $X$ ;

ж) з'ясувати, чи є відображення  $f : a \mapsto b, b \mapsto b, c \mapsto a$  топологічного простору  $(X, \tau)$  у себе відкритим, замкненим, неперервним, і знайти множину всіх точок розриву відображення  $f$ ;

з) знайти топологію  $\tau_i$  на множині  $S = \{a, b, c, d\}$ , індуковану топологією  $\tau$  на  $X$  та відображенням  $i : S \rightarrow X$ ,  $i : a \mapsto b, b \mapsto b, c \mapsto a, d \mapsto a$ ;

и) знайти фактортопологію  $\tau^p$  на множині  $Q = \{a, b, c, d\}$  відносно топології  $\tau$  на  $X$  та відображення  $p : X \rightarrow Q$ ,  $p : a \mapsto b, b \mapsto b, c \mapsto a$ ;

і) з'ясувати, чи буде множина  $A = \{a, b\}$  зв'язною в  $X$ ;

ї) з'ясувати, які аксіоми зліченності задовольняє топологічний простір  $(X, \tau)$ , чи є він ліндельфовим, квазікомпактним, сепарабельним, та в разі сепарабельності вписати не більш ніж зліченну скрізь щільну в ньому множину найменшої потужності;

й) з'ясувати, які аксіоми відокремлюваності задовольняє топологічний простір  $(X, \tau)$  та чи є він регулярним або нормальним;

к) знайти множину границь послідовності  $\{x_{2n-1} = b, x_{2n} = a, n \in \mathbb{N}\}$ .

2. Довести, що топологічний простір дискретний тоді й лише тоді, коли жодна множина цього простору не має граничних точок.

3. Нехай  $f : X \rightarrow Y$  і  $g : Y \rightarrow Z$  — відображення топологічних просторів,  $f$  сюр'єктивне і неперервне, а композиція  $fg$  відкрита (замкнена). Довести, що відображення  $g$  відкрите (замкнене).

### Контрольні запитання та завдання до змістового модуля 2

1. Зв'язність. Лінійна зв'язність.
2. Потужнісні характеристики. Вага та щільність топологічного простору. Аксиоми зліченності. Ліндельфовість та квазікомпактність. Сепарабельність.
3. Відокремлюваність. Перша аксіома відокремлюваності. Хаусдорфовість. Третя та четверта аксиоми відокремлюваності. Компактність.
4. Метризованість.
5. Збіжність. Границя послідовності. Необхідні й достатні умови єдиності границі. Простори Фреше-Урисона. Неперервність у термінах збіжності. Збіжність у конструкціях.
6. Крива, поверхня та їх рівняння. Параметризація. Підмноговиди в  $\mathbb{R}^n$ . Регулярні й елементарні криві та поверхні. Звичайні та особливі точки. Заміна параметра. Еквівалентні та локально еквівалентні параметризації.
7. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація кривої. Тригранник Френе. Кривина та скрут. Формули Серре-Френе. Натуральні рівняння кривої.
8. Дотична площина поверхні. Криві та сітки на поверхні. Перша квадратична форма поверхні. Обчислення довжин дуг кривих на поверхні. Обчислення кутів між кривими на поверхні. Обчислення площ на поверхні.
9. Друга квадратична форма поверхні. Теорема Мен'є. Нормальні перерізи. Нормальна кривина. Головні напрями та головні кривини. Формула Ойлера. Теорема Родрига. Знаходження головних напрямів та головних кривин. Повна та середня кривини поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини. Асимптотичні лінії.

### Перелік питань, які виносяться на іспит

1. Топологічний простір. Порівняння топологій. Відкриті та замкнені множини.
2. База, покриття, передбаза топологічного простору. База та передбаза системи околів точки топологічного простору.
3. Внутрішність і замикання множини топологічного простору. Скрізь щільні та ніде не щільні множини. Внутрішні точки. Точки дотику, граничні й ізольовані точки. Локально скінченні родини множин.
4. Відображення топологічних просторів. Неперервні відображення. Відкриті та замкнені відображення. Гомеоморфізм. Ініціальна та фінальна топології.
5. Індукована топологія. Підпростір. Відкриті та замкнені в індукованій топології та в підпросторі множини. Бази та передбази. Універсальна властивість.

Топологія, індукована композицією відображень. Звуження відображень. Фундаментальне покриття. Продовження відображень.

6. Топологія насичених відкритих множин. Фактортопологія. Факторне відображення. Факторпростір. Відкрите та замкнене відношення еквівалентності. Підпростір відносно фактортопології. Звуження та продовження факторних відображень. Бази. Універсальна властивість. Факторизація. Факторпростір підпростору. Факторвідображення. Простір орбіт. Проективні простори.

7. Топологічний добуток. Тихоновська топологія. Внутрішність і замикання множини в топологічному добутку. Діагональний добуток відображень. Асоціативність і комутативність топологічного добутку. Відображення з топологічного добутку. Прямий добуток відображень. Підпростір топологічного добутку. Факторпростір топологічного добутку.

8. Сума топологій. Топологічна сума. Розклад топологічного простору в топологічну суму. Асоціативність і комутативність топологічної суми. Внутрішність і замикання множини топологічної суми. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Дистрибутивність топологічних суми та добутку. Підпростір і факторпростір топологічної суми.

9. Зв'язність. Лінійна зв'язність.

10. Потужнісні характеристики. Вага та щільність топологічного простору. Аксиоми зліченності. Ліндельфовість та квазікомпактність. Сепарабельність.

11. Відокремлюваність. Перша аксіома відокремлюваності. Хаусдорфовість. Третя та четверта аксіоми відокремлюваності. Компактність.

12. Метризованість.

13. Збіжність. Границя послідовності. Необхідні й достатні умови єдиності границі. Простори Фреше-Урисона. Неперервність у термінах збіжності. Збіжність у конструкціях.

14. Крива, поверхня та їх рівняння. Параметризація. Підмноговиди в  $\mathbb{R}^n$ . Регулярні й елементарні криві та поверхні. Звичайні та особливі точки. Заміна параметра. Еквівалентні та локально еквівалентні параметризації.

15. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація кривої. Тригранник Френе. Кривина та скрут. Формули Серре-Френе. Натуральні рівняння кривої.

16. Дотична площина поверхні. Криві та сітки на поверхні. Перша квадратична форма поверхні. Обчислення довжин дуг кривих на поверхні. Обчислення кутів між кривими на поверхні. Обчислення площ на поверхні.

17. Друга квадратична форма поверхні. Теорема Меньє. Нормальні перерізи. Нормальна кривина. Головні напрями та головні кривини. Формула Ойлера. Теорема Родрига. Знаходження головних напрямів та головних кривин. Повна та середня кривини поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини. Асимптотичні лінії.

## Рекомендована література

### а) основна:

1. Н. С. Синюков, Т. И. Матвеевко. Топология. — К.: Вища шк. Головное изд-во, 1984. — 264 с.
2. M. G. Murdeshwar. General Topology. — New Age International Pvt Ltd Publishers, 2008. — 386 p.
3. Р. Энгелькинг. Общая топология. — М.: Мир, 1986. — 752 с.
4. А. В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. — М., 1974.
5. П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, М, 1956.
6. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, К., Вища школа, 1989.

### б) додаткова:

7. Р. А. Александрян, Э. А. Мирзаханян. Общая топология: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. школа, 1979. — 336 с.
8. Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко. Введение в топологию: Учеб. пособие. — 2-е изд., доп. — М.: Наука. Физматлит, 1995. — 416 с.
9. L. A. Steen, J. A. Seebach, Jr. Counterexamples in topology. — New York: Dover Publications, Inc., 1995. — 244 p.
10. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, Изд-во Московского университета, 1980.



## Зміст

<b>Вступ</b> . . . . .	<b>3</b>
Мета і завдання навчальної дисципліни . . . . .	3
Предмет навчальної дисципліни . . . . .	3
Вимоги до знань та вмінь студентів. . . . .	3
Місце в структурно-логічній схемі спеціальності. . . . .	3
Система контролю та оцінювання знань. . . . .	4
<b>Навчально-тематичний план лекцій, практичних занять і самостійної роботи</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>Теми лекцій, практичних занять та завдання для самостійної роботи</b> . . . . .	<b>6</b>
<i>IV семестр</i> . . . . .	6
Змістовий модуль 1. Основні поняття топології. Операції на топологічних просторах . . . . .	6
Тема 1. Основні поняття топології . . . . .	6
Тема 2. Операції на топологічних просторах . . . . .	7
Контрольні запитання та завдання до змістового модуля 1 . . . . .	9
Змістовий модуль 2. Топологічні властивості. Диференціальна геометрія	10
Тема 3. Топологічні властивості . . . . .	10
Тема 4. Диференціальна геометрія . . . . .	11
Типове завдання модульної контрольної роботи . . . . .	13
Типове завдання модульної контрольної роботи . . . . .	13
Контрольні запитання та завдання до змістового модуля 2 . . . . .	14
Перелік питань, які виносяться на іспит . . . . .	14
<b>Рекомендована література</b> . . . . .	<b>16</b>