

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра геометрії

Укладач: доц. Бабич В. М.

Категорії модулів

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
для студентів спеціальності 8.04020101 «Математика»

Затверджено
на засіданні кафедри геометрії
Протокол № ____
від «__» _____ 2009 р.
Зав. кафедри
_____ проф. В. В. Кириченко

Затверджено
на засіданні вченої ради
механіко-математичного факультету
Протокол № ____
від «__» _____ 2009 р.

Декан мех.-мат. факультету
_____ проф. М. Ф. Городній

Київ – 2009

Робоча навчальна програма з дисципліни «Категорії модулів». Укладач:
кандидат фізико-математичних наук, доцент В'ячеслав Михайлович Бабич.

Лектор: к. ф.-м. н, доц. В. М. Бабич

Викладач: к. ф.-м. н, доц. В. М. Бабич

Погоджено
з науково-методичною комісією
механіко-математичного факультету
Протокол № _____
від «__» _____ 2009 р.
Голова НМК факультету
_____ О. О. Курченко

ВСТУП

Дисципліна «Категорії модулів» є дисципліною вільного вибору за блоком студентів спеціальності «математика», яка читається в III семестрі магістратури в обсязі 2 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) і розрахована на 72 години, з яких 36 годин лекцій і 36 годин самостійної роботи.

Мета і завдання навчальної дисципліни «Категорії модулів» — оволодіння категорними поняттями й методами, які використовуються у теорії кілець. Завданням дисципліни є створення необхідної бази для подальшого більш поглибленого вивчення теорії кілець та інших розділів сучасної математики.

Предмет навчальної дисципліни «Категорії модулів» — категорія модулів, вільний та проєктивний модуль, функтори Hom і \otimes , точна послідовність, Моріта-еквівалентність.

Вимоги до знань та вмінь

Студент повинен знати: основні алгебричні структури (напівгрупи, групи, кільця, тіла, поля, асоціативні алгебри), основні типи морфізмів між цими структурами (гомоморфізми, ізоморфізми, автоморфізми, ендоморфізми), основні приклади таких структур (скінченні й нескінченні), поняття категорії та функтора.

Студент повинен вміти: працювати з різними зображеннями основних математичних структур (числовими, матричними, лінійними, за допомогою перетворень різних типів множин) і виконувати в цих структурах відповідні обчислення; вміти використовувати категорні методи.

Місце в структурно-логічній схемі спеціальності. Дисципліна вільного вибору «Категорії модулів» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр», є загальноалгебричною дисципліною, необхідною для підготовки освіченого фахівця-математика в галузях алгебри та геометрії.

Система контролю знань. Дисципліна вільного вибору «Категорії модулів» оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з 2 модулів, до першого входять 1-3 теми, до другого 4-5 теми.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою.

Модульний контроль:

1-й змістовний модуль: 0–70 балів:

- модульна контрольна робота – 0–40 балів,

- самостійна робота і робота на лекційних заняттях – 0–30 балів;
- 2-й змістовний модуль: 0–30 балів**
- самостійна робота і робота на лекційних заняттях – 0–30 балів

Підсумковий контроль за семестр складається з суми балів, які отримав студент за роботу протягом семестру. Максимально студент може отримати 100 балів протягом семестру.

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

1-34 – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;

35-59 – «незадовільно» з можливістю повторного складання;

60-64 – «задовільно» («достатньо»);

65-74 – «задовільно»;

75-84 – «добре»;

85-89 – «добре» («дуже добре»);

90-100 – «відмінно».

Шкала відповідності

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою		
90 – 100	5	відмінно	зараховано
85 – 89	4	добре	
75 – 84			
65 – 74	3	задовільно	не зараховано
60 – 64			
35 – 59			
0 – 34	2	незадовільно	

**НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ
І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
3-й семестр**

теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	Самост. робота	Контр. Модульна робота	Інші форми контролю
Змістовий модуль 1. Категорії модулів						
1	Категорії модулів	8		8		
2	Тензорний добуток модулів	8		8		
3	Точні послідовності	2		2		
Змістовий модуль 2. Функтори на категоріях модулів						
4	Функтори $\text{Hom } i \otimes$	6		6		
5	Теорія Моріти	12		12		
Всього годин за семестр		36		36		

Теми лекцій та завдання для самостійної роботи

Змістовий модуль 1. Категорії модулів

Тема 1. Категорії модулів

Лекція 1. Означення модуля та категорії модулів. – 2 год.

Лекція 2. Вільні та проєктивні модулі. – 2 год.

Лекція 3. Алгебри з розкладом 1 та категорії над полем – 2 год.

Лекція 4. Модулі та функтори – 2 год.

Завдання для самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 1-4 (8 год)

а) Вільні та проєктивні модулі.

б) Алгебри з розкладом 1 та категорії над полем.

в) Модулі та функтори.

Література [1, 3]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення модуля.
2. Означення вільного модуля.
3. Означення проєктивного модуля.

Тема 2. Тензорний добуток модулів

Лекція 5. Тензорний добуток модулів над кільцем. – 2 год.

Лекція 6. Властивості тензорного добутку модулів над кільцем. – 2 год.

Лекція 7. Тензорний добуток модулів над алгеброю. – 2 год.

Лекція 8. Властивості тензорного добутку модулів над алгеброю. – 2 год.

Завдання для самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 5-8 (8 год)

а) Тензорний добуток модулів над кільцем і над алгеброю.

б) Властивості тензорного добутку модулів над кільцем і над алгеброю.

Література [1, 2]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення тензорного добутку модулів над кільцем.
2. Означення тензорного добутку модулів над алгеброю.
3. Внутрішньо білінійне відображення.
4. Теорема про продовження внутрішньо білінійного відображення.
5. Властивості тензорного добутку модулів над кільцем.
6. Властивості тензорного добутку модулів над алгеброю.

Тема 3. Точні послідовності

Лекція 9. Точні послідовності – 2 год.

Завдання для самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекції 9 (2 год)

- а) Коротка точна послідовність.
- б) Лема про п'ять гомоморфізмів.
- в) Наслідки з леми про п'ять гомоморфізмів.

Література [1]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення короткої точної послідовності.
2. Лема про п'ять гомоморфізмів.

Типове завдання модульної контрольної роботи № 1

1. Порахувати тензорний добуток модулів.
2. Знайти категорію, відповідну алгебрі.
3. Знайти модуль, який відповідає функтору.
4. З'ясувати, чи є даний модуль проєктивним.

Змістовий модуль 2. Функтори на категоріях модулів

Тема 4. Функтори Hom і \otimes .

Лекція 10. Функтори Hom і \otimes . – 2 год.

Лекція 11. Спряжена асоціативність. – 2 год.

Лекція 12. Точність функторів Hom і \otimes . – 2 год.

Завдання для самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 10-12 (6 год)

- а) Функтори Hom і \otimes .
- б) Спряжена асоціативність.
- в) Точність функторів Hom і \otimes .

Література [1]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення функторів Hom і \otimes .
2. Формула спряження.
3. Теореми про точність функторів Hom і \otimes .

Тема 5. Теорія Моріти

Лекція 13. Властивості еквівалентностей категорій модулів – 2 год.

Лекції 14-15. Категорія зображень алгебри ендоморфізмів проєктивного

модуля – 4 год.

Лекція 16. Теорема Моріти та її наслідки. – 2 год.

Лекції 17-18. Категорія модулів матричної алгебри над алгеброю. – 4 год.

Завдання для самостійної роботи (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 13-16 (12 год.)

а) Властивості еквівалентностей категорій модулів.

б) Категорія зображень алгебри ендоморфізмів проєктивного модуля.

в) Теорема Моріти та її наслідки.

г) Категорія модулів матричної алгебри над алгеброю.

Література [1]

Контрольні питання і завдання:

1. Лема про еквівалентність категорій.
2. Теорема Моріти.
3. Наслідки з теореми Моріти.

ЛІТЕРАТУРА

а) основна

1. Дрозд Ю. А., Кириченко В. В. Конечномерные алгебры. – Киев, Издательство при Киевском Государственном университете издательского объединения «Вища школа», 1980. – 192 с.
2. Гудивок П. М., Рудько В. П. Тензорные произведения представлений конечных групп: Учеб. пособие. – Ужгород: Изд-во УжГУ, 1985. – 120 с.

б) додаткова

3. Ленг С. Алгебра. – М: Мир, 1968. – 575 с.
4. MacLane S. Categories for the working mathematician. – Springer-Verlag, 1971. – 262 p.
5. Маклейн С. Гомология. – М.: Мир, 1966. – 544 с.
6. М. Ш. Цаленко, Е. Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. – М.: Наука, 1974