

**Київський національний університет імені Тараса Шевченка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра геометрії**

Укладач: доц. Бабич В. М.

**Елементи теорії категорій**

**РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
для студентів спеціальності 6.040201 «Математика»  
(заочне відділення)

Затверджено  
на засіданні кафедри геометрії  
Протокол № \_\_\_\_  
від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 р.  
Зав. кафедри  
\_\_\_\_\_ проф. В. В. Кириченко

Затверджено  
на засіданні вченої ради  
механіко-математичного факультету  
Протокол № \_\_\_\_  
від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 р.

Декан мех.-мат. факультету  
\_\_\_\_\_ проф. М. Ф. Городній

Київ – 2009

Робоча навчальна програма з дисципліни «Елементи теорії категорій».  
Укладач: кандидат фізико-математичних наук, доцент В'ячеслав Михайлович  
Бабич.

**Лектор:** к. ф.-м. н, доц. В. М. Бабич

**Викладач:** к. ф.-м. н, доц. В. М. Бабич

Погоджено  
з науково-методичною комісією  
механіко-математичного факультету  
Протокол №\_\_\_\_  
від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 р.  
Голова НМК факультету  
\_\_\_\_\_ О. О. Курченко

## ВСТУП

Дисципліна «Елементи теорії категорій» є дисципліною вільного вибору за блоком студентів заочного відділення спеціальності «математика», яка читається в VII семестрі в обсязі 3 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) і розрахована на 108 годин занять, з яких 16 годин лекцій і 92 години самостійної роботи. Семестр закінчується іспитом.

**Мета і завдання навчальної дисципліни** «Елементи теорії категорій» — оволодіння категорними поняттями й методами, які використовуються при дослідженні різноманітних математичних об'єктів. Завданням дисципліни є створення необхідної мінімальної бази для подальшого більш поглибленого вивчення окремих розділів сучасної математики.

**Предмет навчальної дисципліни** «Елементи теорії категорій» — категорія, граф, біграф, добуток категорій, ізоморфізм, універсальний об'єкт, добуток і кодобуток, амальгама, адитивна категорія, абелева категорія, функтор, природне перетворення функторів, ізоморфізм та еквівалентність категорій, підфунктор і факторфунктор, біфунктор.

### **Вимоги до знань та вмінь.**

*Студент повинен знати:* основні алгебричні структури (напівгрупи, групи, кільця, тіла, поля, асоціативні алгебри), основні типи морфізмів між цими структурами (гоморфізми, ізоморфізми, автоморфізми, ендоморфізми), основні приклади таких структур (скінченні й нескінченні).

*Студент повинен вміти:* працювати з різними зображеннями основних математичних структур (числовими, матричними, лінійними, за допомогою перетворень різних типів множин) і виконувати в цих структурах відповідні обчислення.

**Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.** Дисципліна вільного вибору «Елементи теорії категорій» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр», є загальноалгебричною дисципліною, необхідною для підготовки освіченого фахівця-математика в галузях алгебри та геометрії.

**Система контролю знань.** Дисципліна вільного вибору «Елементи теорії категорій» оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона складається з 2 модулів, до першого з них входять 1-3 теми, до другого — 4-5 теми.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною

шкалою.

### **Модульний контроль:**

**1-й змістовий модуль:** 0–70 балів:

- модульна контрольна робота – 0–40 балів,
- самостійна робота і робота на лекційних заняттях – 0–30 балів;

**2-й змістовий модуль:** 0–30 балів:

- самостійна робота і робота на лекційних заняттях – 0–30 балів.

Підсумковий контроль за семестр складається з суми балів, які отримав студент за роботу протягом семестру. Максимально студент може отримати 100 балів протягом семестру.

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

1-34 – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;

35-59 – «незадовільно» з можливістю повторного складання;

60-64 – «задовільно» («достатньо»);

65-74 – «задовільно»;

75-84 – «добре»;

85-89 – «добре» («дуже добре»);

90-100 – «відмінно».

### **Шкала відповідності**

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою		
90 – 100	5	відмінно	зараховано
85 – 89	4	добре	
75 – 84			
65 – 74	3	задовільно	
60 – 64			
35 – 59	2	незадовільно	не зараховано
0 – 34			

**НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ  
І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ  
8-й семестр**

теми	Назва теми	Кількість годин				
		лекції	практичні заняття	Самостійна робота	Контрольна модульна робота	Інші форми контролю
<b>Змістовий модуль 1. Категорії</b>						
1	Конструкції в категорії	4		20		
2	Адитивні категорії	2		20		
3	Абелеві категорії	4		20		
<b>Інші форми контролю. Функтори</b>						
4	Категорія функторів	2		12		
5	Спряжені функтори	4		20		
Всього годин за семестр		16		92		

# Теми лекцій та завдання для самостійної роботи

## Змістовий модуль 1. Категорії

### Тема 1. Конструкції в категорії

*Лекція 1.* Категорія, підкатегорія, приклади категорій. Категорії графів, неорієнтованих графів, біграфів та неорієнтованих біграфів – 2 год.

*Лекція 2.* Дуальна категорія. Добуток категорій. Ізоморфізм. Універсальні об'єкти. Добуток і кодобуток. Амальгама – 2 год.

**Завдання для самостійної роботи** (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 1-2 (20 год)

- а) Графи, біграфи та їх морфізми.
- б) Дуальна категорія та добуток категорій.
- в) Універсальні об'єкти. Добуток і кодобуток. Амальгама.

*Література* [1, 2, 3]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення категорії.
2. Означення біграфа.
3. Означення дуальної категорії.
4. Означення добутку.

### Тема 2. Адитивні категорії

*Лекція 3.* Адитивна категорія. Приклади. Бідобуток. Теорема про ізоморфізм скінченного добутку, кодобутку й бідобутку. Морфізми на прямих сумах. – 2 год.

**Завдання для самостійної роботи** (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекції 3 (20 год)

- а) Адитивна категорія. Приклади.
- б) Морфізми на прямих сумах.

*Література* [1, 2, 4]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення адитивної категорії.
2. Означення бідобутку.
3. Теорема про ізоморфізм скінченного добутку, кодобутку й бідобутку.
4. Морфізми на прямих сумах.

### Тема 3. Абелеві категорії

*Лекція 4.* Епіморфізм та мономорфізм. Ядро та коядро – 2 год.

*Лекція 5.* Абелева категорія. Приклади. Лема про п'ять гомоморфізмів – 2

год.

**Завдання для самостійної роботи** (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекцій 4-5 (20 год)

- а) Епіморфізм та мономорфізм в категоріях алгебраїчних структур.
- б) Ядро та коядро в категоріях алгебраїчних структур.
- в) Приклади абелевих категорій.

*Література* [1, 2, 4]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення епіморфізму.
2. Означення мономорфізму.
3. Означення ядра і коядра.
4. Означення абелевої категорії.
5. Лема про п'ять гомоморфізмів.

**Типове завдання модульної контрольної роботи № 1**

1. Знайти добуток категорій.
2. Побудувати морфізм біграфів.
3. З'ясувати, чи є даний морфізм мономорфізмом.

**Змістовий модуль 2. Функтори**

**Тема 4. Категорія функторів**

*Лекція 6.* Функтори. Приклади функторів. Природне перетворення функторів. Еквівалентність категорій – 2 год.

**Завдання для самостійної роботи** (опрацювання лекційного матеріалу і виконання домашніх завдань)

До лекції 6 (12 год)

- а) Побудова функторів.
- б) Ізоморфізм категорій.

*Література* [1, 2, 3, 4]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення функтора.
2. Означення морфізму функторів.
3. Означення еквівалентності категорій.

**Тема 5. Спряжені функтори**

*Лекція 7.* Спряження. Приклади – 2 год.

*Лекція 8.* Теорема про характеристику спряження – 2 год.

**Завдання для самостійної роботи** (опрацювання лекційного матеріалу і

виконання домашніх завдань)

До лекцій 7-8 (20 год)

а) Приклади спряжених функторів.

б) Характеризація спряження.

*Література* [1, 4]

Контрольні питання і завдання:

1. Означення спряження.
2. Теорема про характеризацію спряження.
3. Означення спряженої еквівалентності категорій.

Перелік питань до іспиту

1. Означення категорії. Підкатегорія.
2. Категорії графів, неорієнтованих графів, біграфів, неорієнтованих біграфів.
3. Дуальна категорія. Добуток категорій.
4. Універсальні об'єкти. Добутки і кодобутки. Амальгама.
5. Означення адитивної категорії. Бідобуток. Морфізми на прямих сумах в адитивній категорії.
6. Мономорфізм. Еквівалентність зліва. Підоб'єкт. Епіморфізм. Еквівалентність справа. Фактороб'єкт. Ядро і коядро.
7. Абелева категорія.
8. Частковий порядок на множині підоб'єктів. Множина з відміченою точкою. Зображення абелевої категорії частково впорядкованими множинами підоб'єктів з нулем.
9. Слабка лема про чотири гомоморфізми. Лема про п'ять гомоморфізмів.
10. Коваріантний та контраваріантний функтори. Повні та точні функтори. Лема про ізоморфізм.
11. Природне перетворення функторів. Категорія функторів. Ізоморфізм в категорії функторів. Ізоморфізм та еквівалентність категорій.
12. Спряжені функтори. Спряжена еквівалентність категорій.



## ЛІТЕРАТУРА

а) основна

1. MacLane S. Categories for the working mathematician. – Springer-Verlag, 1971. – 262 p.
2. Маклейн С. Гомология. – М.: Мир, 1966. – 544 с.

б) додаткова

3. Дрозд Ю. А., Кириченко В. В. Конечномерные алгебры. – Киев, Издательство при Киевском Государственном университете издательского объединения «Вища школа», 1980. – 192 с.
4. М. Ш. Цаленко, Е. Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. – М.: Наука, 1974