

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра геометрії

ЗАТВЕРДЖУЮ

Декан механіко-математичного факультету

_____ проф. М. Ф. Городній

П Р О Г Р А М А

наукового семінару

«Гладкі многовиди»

для студентів 5 курсу спеціальності «математика»

Укладач: ас. В. М. Бабич

Програму затверджено
на засіданні вченої ради
механіко-математичного факультету,
протокол №12 від 30.06.2008 р.

Програму затверджено
на засіданні кафедри геометрії,
протокол №9 від 17.06.2008 р.

_____ доц. В. М. Журавльов

Науковий семінар «Гладкі многовиди»

Науковий семінар «Гладкі многовиди» проводиться для студентів 5 курсу, які спеціалізуються на кафедрі геометрії, в обсязі 72 годин аудиторних занять (практичних занять) і закінчується заліком.

У процесі освоєння матеріалу курсу студент повинен оволодіти основними поняттями сучасної теорії гладких многовидів (такими як гладкі відображення, ранг відображення, гладкі многовиди, проективні простори, індуковані структури, многовиди Грасмана, многовиди Штифеля, добуток многовидів, ріманова поверхня, многовиди з краєм, гладкі функції на многовиді, розбиття одиниці, алгебра C^r -функцій на многовиді, відображення многовидів, регулярні та нерегулярні точки гладкого відображення, імерсії, субімерсії, вкладення, підмноговиди, степінь відображення за модулем 2, дотичний простір до многовиду, дотичне розшарування, ріманова метрика, дотичне відображення, орієнтація многовидів, дотичний вектор до гладкого шляху, гладке векторне поле, алгебра Лі векторних полів, ковекторні поля, розшарування, накриття, клітковий комплекс, невідроджена критична точка та її індекс, поле градієнта, критичні точки й гомотопічний тип многовиду), добре їх розуміти та вміти застосовувати при розв'язанні конкретних задач.

Програма наукового семінару «Гладкі многовиди»

Основні поняття диференціального числення в n -вимірному просторі

Гладкі відображення. Ранг відображення. Криволінійні системи координат. Теорема про випрямлення. Лема про подання гладких функцій.

Гладкі многовиди

Поняття гладкого многовиду. Приклади. Графік відображення. Множина розв'язків системи рівнянь. Сфера. Негаусдорфів многовид. Многовид, який не має зліченної бази. Проективні простори. Індуковані структури. Многовиди матриць. Многовиди Грасмана. Многовиди Штифеля. Добуток многовидів. Групи Лі. Ріманова поверхня. Многовиди з краєм. Існування гладких структур.

Гладкі функції на многовиді та гладке розбиття одиниці.

Поняття гладкої функції на многовиді. Розбиття одиниці. Алгебра C^r -функцій на многовиді.

Відображення многовидів

Поняття гладкого відображення. Класифікація одновимірних многовидів. Регулярні та нерегулярні точки гладкого відображення. Імерсії, субімерсії, вкладення, підмноговиди. Степінь відображення за модулем 2.

Дотичне розшарування і дотичне відображення

Поняття дотичного простору до многовиду. Дотичне розшарування. Ріманова метрика. Дотичне відображення. Орієнтація многовидів.

Дотичний вектор як диференціальний оператор. Диференціал функції та дотичне розшарування

Нове означення вектора. Дотичне розшарування. Дотичне відображення. Дифе-

ренціал функції та кодотичне розшарування.

Векторні поля на гладких многовидах

Дотичний вектор до гладкого шляху. Гладке векторне поле. Алгебра Лі векторних полів. Ковекторні поля.

Розшарування та накриття

Означення розшарування. Векторні розшарування. Накриття. Розгалужені накриття.

Гладка функція на многовиді та кліткова структура многовиду

Приклад функції на торі. Клітковий комплекс.

Невироджена критична точка та її індекс

Невироджені критичні точки. Лема Морса. Поле градієнта.

Критичні точки й гомотопічний тип многовиду

Будова лебегових множин гладких функцій. Умови гомотопічної еквівалентності лебегових множин. Зміна гомотопічного типу при переході через критичне значення. Гомотопічний тип многовиду. Поняття точної послідовності розшарування.

Література

1. Борисович Ю. Г., Близняков Н. М., Израилевич Я. А., Фоменко Т. Н. Введение в топологию. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 416 с.