

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
Механіко-математичний факультет  
Кафедра геометрії

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан мех.-мат. факультету

\_\_\_\_\_ проф. Парасюк І. О.

Викладачі –

кандидат фізико-математичних наук  
**Бабич В'ячеслав Михайлович**

асистент  
**Білун Світлана Володимирівна**

## ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ТЕНЗОРНИЙ АНАЛІЗ

Робоча навчальна програма дисципліни  
для студентів спеціальності 6.040202 «Механіка»

Укладач: ас. В. М. Бабич

Затверджено  
на засіданні вченої ради  
механіко-математичного факультету,  
протокол №13 від 11.06.2007 р.

Затверджено  
на засіданні кафедри геометрії,  
протокол №10 від 31.05.2007 р.

Київ – 2007

## Вступ

Дисципліна «Диференціальна геометрія та тензорний аналіз» є базовою нормативною дисципліною для спеціальності «Механіка», що читається у III семестрі в обсязі 5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), і розрахована на 180 годин занять. З них 54 години лекцій, 36 годин лабораторних робіт і 90 годин самостійної роботи. Закінчується іспитом.

**Мета і завдання навчальної дисципліни** «Диференціальна геометрія та тензорний аналіз»: оволодіння класичним векторним та координатним методом, теоретичними положеннями та основними застосуваннями диференціальної геометрії в різних задачах математики, їх використання в подальших курсах з математики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

**Предмет навчальної дисципліни** «Диференціальна геометрія та тензорний аналіз»: вектор-функція, параметризація, крива, поверхня, тензор.

### **Вимоги до знань та вмінь студентів.**

*Знати:* основні поняття диференціальної геометрії, зокрема: вектор-функція, крива, тригранник Френе, кривина, скрут, поверхня, перша і друга квадратичні форми поверхні, лінії на поверхні, тензор.

*Вміти:* задавати криву та поверхню різними способами, застосовувати першу та другу квадратичні форми поверхні при розв'язуванні задач, обчислювати кривину, скрут кривої, повну та середню кривини поверхні, знаходити елементи тригранника Френе, виконувати операції з тензорами.

**Місце в структурно-логічній схемі спеціальності.** Нормативна навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія та тензорний аналіз» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» і використовується при вивченні нормативних курсів «математичний аналіз», «диференціальні рівняння», «теоретична механіка» та інших.

# Система контролю знань

## III семестр

Змістовий модуль 1 — 0–30 балів:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних і домашніх завдань) — 0–10 балів;
- письмова контрольна робота — 0–20 балів.

Змістовий модуль 2 — 0–30 балів:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних і домашніх завдань) — 0–10 балів;
- письмова контрольна робота — 0–20 балів.

Іспит — 0–40 балів.

Всього за семестр — 0–100 балів.

При цьому, сумарна кількість балів відповідає оцінці:

- 0–34 – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;
- 35–59 – «незадовільно» з можливістю повторного складання;
- 60–64 – «задовільно» («достатньо»);
- 65–74 – «задовільно»;
- 75–84 – «добре»;
- 85–89 – «добре» («дуже добре»);
- 90–100 – «відмінно».

### Шкала відповідності

За 100-бальною шкалою	Оцінка за національною шкалою		
90–100	5	відмінно	зараховано
75–89	4	добре	
60–74	3	задовільно	
0–59	2	незадовільно	не зараховано

## Навчально-тематичний план лекцій і лабораторних робіт

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Лабораторні роботи	Самостійна робота	Контрольна модульна робота	Інші форми контролю
<b>III семестр</b>						
<b>Змістовий модуль 1</b>						
1	Теорія кривих	24	14	43		
Модульна контрольна робота 1		2				
<b>Змістовий модуль 2</b>						
2	Теорія поверхонь	26	22	47		
Модульна контрольна робота 2		2				
Всього годин за III семестр		54	36	90		
Всього за курс		54	36	90		

## Змістовий модуль 1

### Тема 1. Теорія кривих.

- Лекція 1.* Вектор-функція скалярного аргументу. — 2 год.
- Лекція 2.* Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої. — 2 год.
- Лекція 3.* Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація. — 2 год.
- Лекція 4.* Тригранник Серре-Френе. — 2 год.
- Лекція 5.* Кривина кривої. — 2 год.
- Лекція 6.* Скрут. Формули Серре-Френе. — 2 год.
- Лекція 7.* Натуральні рівняння кривої. Визначення кривої кривиною і скрутом. — 2 год.
- Лекція 8.* Дотик кривих. Стичне коло. — 2 год.
- Лекція 9.* Дотик кривої та поверхні. Стична сфера. — 2 год.
- Лекція 10.* Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої. — 2 год.
- Лекція 11.* Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента. — 2 год.
- Лекція 12.* Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.
- Лекція 13.* Контрольна робота. — 2 год.
- Лабораторна робота 1.* Вектор-функція скалярного аргументу. — 2 год.
- Лабораторна робота 2.* Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої. — 2 год.
- Лабораторна робота 3.* Довжина дуги кривої. натуральна параметризація. Тригранник Серре-Френе. — 2 год.
- Лабораторна робота 4.* Кривина. Скрут. Формули Серре-Френе. — 2 год.
- Лабораторна робота 5.* Дотик кривих. Стичне коло. Дотик кривої з поверхнею. Стична сфера. — 2 год.
- Лабораторна робота 6.* Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента. — 2 год.
- Лабораторна робота 7.* Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Самостійна робота — 43 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Вектор-функція скалярного аргументу.
2. Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої.
3. Довжина дуги кривої. Натуральна параметризація.
4. Тригранник Серре-Френе.

5. Кривина кривої.
6. Скрут. Формули Серре-Френе.
7. Натуральні рівняння кривої. Визначення кривої кривиною і скрутом.
8. Дотик кривих. Стичне коло.
9. Дотик кривої та поверхні. Стична сфера.
10. Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої.
11. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента.

## Змістовий модуль 2

### Тема 2. Теорія поверхонь.

- Лекція 14.* Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. — 2 год.
- Лекція 15.* Дотична площина і нормаль. — 2 год.
- Лекція 16.* Криві та сітки на поверхні. Дотичний напрям. — 2 год.
- Лекція 17.* Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні. — 2 год.
- Лекція 18.* Друга квадратична форма поверхні. Теорема Меньє. Нормальні перерізи. — 2 год.
- Лекція 19.* Нормальна кривина. Головні напрями та головні кривини. Формула Ойлера. Теорема Родрига. — 2 год.
- Лекція 20.* Знаходження головних напрямів та головних кривин. Повна та середня кривини поверхні. Типи точок на поверхні. — 2 год.
- Лекція 21.* Асимптотичні лінії. Лінії кривини. Спряжені сітки. — 2 год.
- Лекція 22.* Дериваційні формули Гауса та Вейнгартена. Формули Гауса та Петерсона-Кодацці. — 2 год.
- Лекція 23.* Задання поверхні коефіцієнтами першої та другої квадратичних форм. — 2 год.
- Лекція 24.* Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості. — 2 год.
- Лекція 25.* Контрольна робота. — 2 год.
- Лекція 26.* Тензори. Операції з тензорами. — 2 год.
- Лекція 27.* Тензори в теорії поверхонь. — 2 год.
- Лабораторна робота 8.* Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Криві та сітки на поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 9.* Дотична площина і нормаль. Перша квадратична форма поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 10.* Внутрішня геометрія поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 11.* Друга квадратична форма поверхні. Нормальні перерізи. Головні напрями та головні кривини. Повна та середня кривини. Типи точок на поверхні. — 2 год.

- Лабораторна робота 12.* Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Спряжені сітки. — 2 год.
- Лабораторна робота 13.* Символи Кристофеля першого та другого роду. Сферичне відображення. — 2 год.
- Лабораторна робота 14.* Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості. — 2 год.
- Лабораторна робота 15.* Поверхні сталої кривини, мінімальні поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 16.* Тензори. Операції з тензорами. — 2 год.
- Лабораторна робота 17.* Тензори в теорії поверхонь. — 2 год.
- Лабораторна робота 18.* Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Самостійна робота — 47 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Криві та сітки на поверхні.
2. Дотична площина і нормаль. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні.
3. Друга квадратична форма поверхні. Нормальні перерізи. Головні напрями та головні кривини.
4. Повна та середня кривини. Типи точок на поверхні.
5. Символи Кристофеля першого та другого роду. Рівняння Гауса та Петерсона-Кодацці. Задання поверхні коефіцієнтами першої та другої квадратичних форм.
6. Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Спряжені сітки.
7. Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості.
8. Поверхні сталої кривини, мінімальні поверхні.
9. Тензори. Операції з тензорами. Тензори в теорії поверхонь.

## Рекомендована література

1. А. В. Погорелов. Дифференциальная геометрия. — М., 1974.
2. П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, М, 1956.
3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, Изд-во Московского университета, 1980.
4. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, К., Вища школа, 1989.

Зав. кафедри геометрії

проф. М. Ф. Городній

Голова метод. комісії

проф. Т. А. Мельник