

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра геометрії

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Декан мех.-мат. факультету

_____ проф. Парасюк І. О.

Викладачі –

кандидат фізико-математичних наук
Бабич В'ячеслав Михайлович

кандидат фізико-математичних наук
Пехтерєв Василь Олексійович

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ТОПОЛОГІЯ

Робоча навчальна програма дисципліни
для студентів спеціальності 6.040201 «Математика»

Укладачі: ас. В. М. Бабич,
ас. В. О. Пехтерєв

Затверджено
на засіданні вченої ради
механіко-математичного факультету,
протокол №13 від 11.06.2007 р.

Затверджено
на засіданні кафедри геометрії,
протокол №10 від 31.05.2007 р.

Київ – 2007

Методичні рекомендації по вивченню дисципліни

Дисципліна «Диференціальна геометрія та топологія» є базовою нормативною дисципліною для спеціальності «математика», що читається у III та IV семестрах в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), і розрахована на 288 годин занять. З них 70 годин лекцій, 70 годин лабораторних робіт і 148 годин самостійної роботи (III семестр: лекції – 36, лабораторні – 36, самостійна робота – 72 години; IV семестр: лекції – 34, лабораторні – 34, самостійна робота – 76 годин). III семестр закінчується заліком та іспитом. IV семестр закінчується іспитом.

Мета і завдання навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія»: оволодіння класичним векторним та координатним методом, теоретичними положеннями та основними застосуваннями диференціальної геометрії в різних задачах математики, їх використання в подальших курсах з математики, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.

Предмет навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія»: вектор-функції, параметризація, крива, поверхня, топологічний простір, многовид.

Вимоги до знань та вмінь студентів.

Знати: основні поняття диференціальної геометрії, зокрема: вектор-функція, крива, поверхня, топологічний простір, неперервне відображення топологічних просторів, тригранник Френе, кривина, скрут, перша і друга квадратичні форми поверхні, геодезичні лінії.

Вміти: задавати криву та поверхню різними способами, застосовувати першу та другу квадратичні форми поверхні при розв'язуванні задач, обчислювати кривину, скрут кривої, повну та середню кривини поверхні, знаходити елементи тригранника Френе, використовувати топологічні поняття та методи.

Місце в структурно-логічній схемі спеціальності. Нормативна навчальна дисципліна «Диференціальна геометрія та топологія» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» і використовується при вивченні нормативних курсів «математичний аналіз», «диференціальні рівняння», «теоретична механіка» та інших.

Тематичний план лекцій і практичних занять

№ теми	Назва теми	Кількість годин				
		Лекції	Лабораторні роботи	Самостійна робота	Контрольна модульна робота	Інші форми контролю
III семестр						
Змістовий модуль 1						
1	Загальна топологія	18	18	36		
Змістовий модуль 2						
2	Теорія кривих	18	18	36		
Всього годин за III семестр		36	36	72		
IV семестр						
Змістовий модуль 3						
3	Теорія поверхонь	18	18	40		
Змістовий модуль 4						
4	Елементи алгебраїчної топології	6	6	14		
5	Елементи теорії гладких многовидів	10	10	22		
Всього годин за IV семестр		34	34	76		
Всього за курс		70	70	148		

Змістовий модуль 1

Тема 1. Загальна топологія.

- Лекція 1.* Топологія, топологічний простір. Відкриті та замкнені множини. Внутрішність і замикання. Внутрішні, граничні, ізольовані точки, точки дотику. — 2 год.
- Лекція 2.* База топології, покриття, передбаза. Друга аксіома зліченності. Скрізь щільні та ніде не щільні множини. Сепарабельні простори. — 2 год.
- Лекція 3.* Система околів точки. Перша аксіома зліченності. Індукована топологія. Підпростори. — 2 год.
- Лекція 4.* Неперервні відображення топологічних просторів. Гомеоморфізм. Зв'язність. — 2 год.
- Лекція 5.* Лінійна зв'язність. Аксіоми відокремлюваності. — 2 год.
- Лекція 6.* Регулярні, цілком регулярні та нормальні простори. Топологічна сума. Топологічний добуток. — 2 год.
- Лекція 7.* Фактортопологія. Факторпростір. Компактні простори. — 2 год.
- Лекція 8.* Функціональна відокремлюваність. Розбиття одиниці. Збіжність у топологічних просторах. — 2 год.
- Лекція 9.* Контрольна робота. — 2 год.
- Лабораторна робота 1.* Топологія, топологічний простір. Відкриті та замкнені множини. Внутрішність і замикання. Внутрішні, граничні, ізольовані точки, точки дотику. — 2 год.
- Лабораторна робота 2.* База топології, покриття, передбаза. Друга аксіома зліченності. Скрізь щільні та ніде не щільні множини. Сепарабельні простори. — 2 год.
- Лабораторна робота 3.* Система околів точки. Перша аксіома зліченності. Індукована топологія. Підпростори. — 2 год.
- Лабораторна робота 4.* Неперервні відображення топологічних просторів. Гомеоморфізм. Зв'язність. — 2 год.
- Лабораторна робота 5.* Лінійна зв'язність. Аксіоми відокремлюваності. — 2 год.
- Лабораторна робота 6.* Регулярні, цілком регулярні та нормальні простори. Топологічна сума. Топологічний добуток. — 2 год.
- Лабораторна робота 7.* Фактортопологія. Факторпростір. — 2 год.
- Лабораторна робота 8.* Компактні простори. — 2 год.
- Лабораторна робота 9.* Збіжність у топологічних просторах. — 2 год.

Самостійна робота — 36 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Топологія, топологічний простір. Відкриті та замкнені множини. Внутрішність і замикання. Внутрішні, граничні, ізольовані точки, точки дотику.

2. База топології, покриття, передбаза. Друга аксіома зліченності. Скрізь щільні та ніде не щільні множини. Сепарабельні простори.

3. Система околів точки. Перша аксіома зліченності. Індукована топологія. Підпростори.

4. Неперервні відображення топологічних просторів. Гомеоморфізм. Зв'язність.

5. Лінійна зв'язність. Аксіоми відокремлюваності.

6. Регулярні, цілком регулярні та нормальні простори. Топологічна сума. Топологічний добуток.

7. Фактортопологія. Факторпростір. Компактні простори.

8. Функціональна відокремлюваність. Розбиття одиниці. Збіжність у топологічних просторах.

Змістовий модуль 2

Тема 2. Теорія кривих.

Лекція 10. Вектор-функція скалярного аргументу. Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої. — 2 год.

Лекція 11. Дотична, нормалі. Стик кривої з поверхнею. Стична площина. Тригранник Серре-Френе. — 2 год.

Лекція 12. Кривина. Скрут. Формули Серре-Френе. — 2 год.

Лекція 13. Дериваційні рівняння кривої. Визначення кривої кривиною і скрутом. — 2 год.

Лекція 14. Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої. — 2 год.

Лекція 15. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента. — 2 год.

Лекція 16. Задання кривої в \mathbb{R}^n . Дериваційні рівняння кривої в \mathbb{R}^n . — 2 год.

Лекція 17. Контрольна робота. — 2 год.

Лекція 18. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Лабораторна робота 10. Вектор-функція скалярного аргументу. — 2 год.

Лабораторна робота 11. Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої. — 2 год.

Лабораторна робота 12. Довжина дуги кривої. Тригранник Серре-Френе. — 2 год.

Лабораторна робота 13. Кривина. Скрут. — 2 год.

Лабораторна робота 14. Формули Серре-Френе. — 2 год.

Лабораторна робота 15. Дотик кривих. Стичне коло. Дотик кривої з поверхнею. Стична сфера. — 2 год.

Лабораторна робота 16. Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої. — 2 год.

Лабораторна робота 17. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента. — 2 год.

Лабораторна робота 18. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Самостійна робота — 36 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Вектор-функція скалярного аргументу. Поняття кривої. Задання кривої. Параметризація кривої.

2. Дотична, нормалі. Стик кривої з поверхнею. Стична площина. Тригранник Серре-Френе.

3. Кривина. Скрут. Формули Серре-Френе.

4. Дериваційні рівняння кривої. Визначення кривої кривиною і скрутом.

5. Теорія кривих на площині. Особливі точки кривої.

6. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Еволюта і евольвента.

7. Задання кривої в \mathbb{R}^n . Дериваційні рівняння кривої в \mathbb{R}^n .

Змістовий модуль 3

Тема 3. Теорія поверхонь.

Лекція 19. Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Криві та сітки на поверхні. — 2 год.

Лекція 20. Дотична площина і нормаль. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні. — 2 год.

Лекція 21. Друга квадратична форма поверхні. Нормальні перерізи. Головні напрями та головні кривини. — 2 год.

Лекція 22. Повна та середня кривини. Типи точок на поверхні. — 2 год.

Лекція 23. Символи Кристофеля першого та другого роду. Рівняння Гауса та Петерсона-Кодацці. Задання поверхні коефіцієнтами першої та другої квадратичних форм. — 2 год.

Лекція 24. Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Спряжені сітки. — 2 год.

Лекція 25. Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості. Формула Гаусса-Бонне. Випадок геодезичного контуру. Сума внутрішніх кутів геодезичного трикутника. — 2 год.

Лекція 26. Часткові класи двовимірних поверхонь: скісні та розгортні поверхні. Поверхні сталої кривини, мінімальні поверхні. — 2 год.

Лекція 27. Контрольна робота. — 2 год.

- Лабораторна робота 19.* Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Криві та сітки на поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 20.* Дотична площина і нормаль. Перша квадратична форма поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 21.* Внутрішня геометрія поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 22.* Друга квадратична форма поверхні. Нормальні перерізи. Головні напрями та головні кривини. Повна та середня кривини. Типи точок на поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 23.* Символи Кристофеля першого та другого роду. Сферичне відображення. — 2 год.
- Лабораторна робота 24.* Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Спряжені сітки. — 2 год.
- Лабораторна робота 25.* Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості. — 2 год.
- Лабораторна робота 26.* Часткові класи двовимірних поверхонь: скісні та розгортні поверхні. — 2 год.
- Лабораторна робота 27.* Поверхні сталої кривини, мінімальні поверхні. — 2 год.

Самостійна робота — 40 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Поверхня. Способи задання поверхні. Особливі точки. Криволінійні координати на поверхні. Криві та сітки на поверхні.
2. Дотична площина і нормаль. Перша квадратична форма поверхні. Внутрішня геометрія поверхні.
3. Друга квадратична форма поверхні. Нормальні перерізи. Головні напрями та головні кривини.
4. Повна та середня кривини. Типи точок на поверхні.
5. Символи Кристофеля першого та другого роду. Рівняння Гауса та Петерсона-Кодацці. Задання поверхні коефіцієнтами першої та другої квадратичних форм.
6. Лінії кривини. Асимптотичні лінії. Спряжені сітки.
7. Геодезична кривина кривої на поверхні. Геодезичні лінії поверхні та їх властивості. Формула Гаусса-Бонне. Випадок геодезичного контуру. Сума внутрішніх кутів геодезичного трикутника.
8. Часткові класи двовимірних поверхонь: скісні та розгортні поверхні. Поверхні сталої кривини, мінімальні поверхні.

Змістовий модуль 4

Тема 4. Елементи алгебраїчної топології.

Лекція 28. Теорія гомотопій. Гомотопні відображення. Гомотопічна еквівалентність. — 2 год.

Лекція 29. Фундаментальна група. — 2 год.

Лекція 30. Симплиціальні комплекси. Симплиціальні гомології. Поліедри. Сингулярні гомології. — 2 год.

Лабораторна робота 28. Теорія гомотопій. Гомотопні відображення. Гомотопічна еквівалентність. — 2 год.

Лабораторна робота 29. Фундаментальна група. — 2 год.

Лабораторна робота 30. Симплиціальні комплекси. Симплиціальні гомології. Поліедри. Сингулярні гомології. — 2 год.

Тема 5. Елементи теорії гладких многовидів.

Лекція 31. C^r -відображення. Поняття многовиду. Приклади. — 2 год.

Лекція 32. Гладкі відображення. Дифеоморфізм. — 2 год.

Лекція 33. Дотичні вектори. Дотичний простір. Похідна функції в даному напрямку. Дотичне розшарування. — 2 год.

Лекція 34. Контрольна робота. — 2 год.

Лекція 35. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Лабораторна робота 31. C^r -відображення. — 2 год.

Лабораторна робота 32. Поняття многовиду. Приклади. — 2 год.

Лабораторна робота 33. Гладкі відображення. Дифеоморфізм. — 2 год.

Лабораторна робота 34. Дотичні вектори. Дотичний простір. Похідна функції в даному напрямку. Дотичне розшарування. — 2 год.

Лабораторна робота 35. Узагальнення та систематизація навчального матеріалу. — 2 год.

Самостійна робота — 36 год. (опрацювання лекційного матеріалу та виконання домашніх завдань).

Контрольні запитання і завдання.

1. Теорія гомотопій. Гомотопні відображення. Гомотопічна еквівалентність.
2. Фундаментальна група.
3. Симплиціальні комплекси. Симплиціальні гомології. Поліедри. Сингулярні гомології.
4. C^r -відображення. Поняття многовиду. Приклади.
5. Гладкі відображення. Дифеоморфізм.
6. Дотичні вектори. Дотичний простір. Похідна функції в даному напрямку. Дотичне розшарування.

Система контролю знань

III семестр

Змістовий модуль 1 — 30 бали:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 10 балів;
- письмова контрольна робота — 20 балів;

Змістовий модуль 2 — 30 балів:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 10 балів;
- письмова контрольна робота — 20 балів.

Залік — 40 балів.

Іспит — 40 балів.

Всього за семестр — 100 балів.

IV семестр

Змістовий модуль 3 — 30 бали:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 10 балів;
- письмова контрольна робота — 20 балів;

Змістовий модуль 4 — 30 балів:

- виконання лабораторних робіт (активність студента на заняттях, виконання аудиторних та домашніх завдань) — 10 балів;
- письмова контрольна робота — 20 балів.

Іспит — 40 балів.

Всього за семестр — 100 балів.

Рекомендована література

1. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, Изд-во Московского университета, 1980.
2. Э. Г. Позняк, Е. В. Шикин, Дифференциальная геометрия, Изд-во Московского университета, 1990.
3. П. К. Рашевский, Курс дифференциальной геометрии, М, 1956.
4. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сборник задач, К., Вища школа, 1989.

Зав. кафедри геометрії

проф. Городній М.Ф.

Голова метод. комісії

проф. Мельник Т.А.