

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Механіко-математичний факультет
Кафедра геометрії

„ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан мех.-мат. факультету

_____ І. О. Парасюк

ПРОГРАМА
з нормативного курсу «Аналітична геометрія»
спеціальність «математика»

Програму склали:
ас. В. М. Журавльов
ас. В. М. Бабич

Затверджено на засіданні
вченої ради мех.-мат. факультету
протокол №10 від 30.06.2005 р.

Затверджено на засіданні
кафедри геометрії
протокол №10 від 10.06.05 р.

ПРОГРАМА
з нормативного курсу «Аналітична геометрія»
для студентів 1 курсу, спеціальність — математика
лекцій — 70 годин, лабораторних робіт — 70 годин

Роль геометрії в математиці. Предмет і метод аналітичної геометрії.

Векторна алгебра

Поняття про вектор. Рівність векторів. Лінійні операції над векторами (додавання векторів, множення вектора на число), їх властивості. Віднімання векторів. Існування різниці векторів. Поняття про лінійну залежність (незалежність) векторів. Теореми про лінійно залежні множини векторів. Поняття про лінійну залежність (незалежність) векторів. Теореми про лінійно залежні множини векторів. Векторний простір. Базис векторного простору. Координати вектора. Дії над векторами, які задані координатами. Основна теорема векторної алгебр (теорема про координати лінійної комбінації векторів). Радіус-вектор точки.

Поняття про системи координат Координати точки. Координати вектора, заданого координатами його кінцевих точок. Умови колінеарності двох та компланарності трьох векторів.

Поділ відрізка у заданому відношенні. Центр ваги системи матеріальних точок.

Проекції вектора (проектування на пряму, площину, вісь). Основні теореми про проекції векторів.

Скалярне множення векторів. Скалярний добуток векторів (означення, властивості). Евклідов простір. Вираз скалярного добутку векторів через координати його співмножників (в загальному та ортонормованому базисах). Застосування скалярного добутку. Кут між векторами. Довжина вектора, відстань між двома точками. Умова перпендикулярності двох векторів. Метричний тензор простору. Нерівність Коші-Буняковського. Псевдо-скалярний добуток двох векторів.

Поняття про орієнтацію прямої, площини, простору. Векторне множення векторів. Векторний добуток двох векторів, його властивості, вираз через координати векторів співмножників (в довільному та ортонормованому базисах). Обчислення площ паралелограмів, трикутників та багатокутників. Застосування векторного добутку.

Мішаний добуток трьох векторів, його геометричний зміст, властивості, вираз через координати векторів-співмножників (в довільному та ортонормованому базисах). Обчислення об'ємів паралелепіпеда та трикутної піраміди. Геометрична інтерпретація визначників 3-го порядку.

Подвійний векторний добуток. Основна тотожність для подвійного векторного добутку.

Перетворення координат

Перетворення декартових координат у просторі. Матриця переходу. Зв'язок старих координат і нових. Формули перетворення координат в матричному вигляді. Ортогональні матриці як матриці переходу від однієї прямокутної до другої також прямокутної системи координат. Перетворення прямокутних декартових координат. Кути Ейлера. Число параметрів, що визначають положення однієї прямокутної системи координат відносно другої.

Різні системи координат

Полярна система координат на площині. Поняття про координатні лінії даної системи координат. Зв'язок між полярними і прямокутними декартовими координатами.

Полярно-сферична та полярно-циліндрична системи координат у просторі. Координатні лінії та поверхні даної системи координат. Зв'язок між сферичними (циліндричними) координатами точки та її прямокутними декартовими координатами.

Поняття про лінії та поверхні

Поняття про рівняння заданої множини точок (геометричного об'єкта, фігури). Поняття про лінію, поверхню. Класифікація ліній та поверхонь за їх рівнянням відносно декартової системи координат (алгебраїчні та трансцендентні лінії та поверхні). Поняття про порядок ліній поверхні. Рівняння кола, циклоїди. Рівняння сфери.

Пряма на площині

Різні способи задання прямої, різні види рівнянь прямої на площині в афінній та прямокутній декартовій системі координат. Векторно-параметричне рівняння прямої. Основна теорема про пряму на площині (пряма як алгебраїчна лінія першого порядку). Геометричний зміст коефіцієнтів загального рівняння прямої (напрямний вектор, головний вектор). Дослідження положення прямої відносно декартової системи координат. Рівняння прямої, яка проходить через дві дані точки. Рівняння прямої у відрізках на осях. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, яка проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора. Нормоване рівняння прямої. Зведення загального рівняння прямої до нормованого вигляду. Відстань від точки до прямої. Відхилення точки від прямої.

Взаємне розміщення двох та трьох прямих. Умова перетину, паралельності, збігу двох прямих, заданих своїми загальними рівняннями відносно загальної декартової системи координат. Кут між двома прямими, умова перпендикулярності двох прямих. Пучок прямих. Рівняння пучка (власного та не-власного) прямих. Рівняння бісектрис кутів, утворених двома прямими, що перетинаються. Відношення в якому пряма ділить даний відрізок. Теореми Менелая та Чеви, їх застосування до доведення теорем про перетин медіан, висот, бісектрис трикутника в одній точці.

Геометричний зміст лінійних нерівностей з двома змінними. Півплощини H^+ і H^- , що визначаються прямою $Ax+By+C=0$, заданою відносно афінної системи координат. Рівняння півплощини, що містить даний вектор, точку. Рівняння верхньої (нижньої), правої (лівої) півплощини, що визначається прямою $Ax+By+C=0$. Рівняння гострого (тупого) кута, утвореного двома прямими, що перетинаються. Рівняння смуги, утвореної двома паралельними прямими. Рівняння області, що міститься в середині трикутника ABC .

Площина і пряма у просторі

Рівняння площини, що проходить через точку паралельно двом неколінеарним векторам (векторно параметричне рівняння, параметричні рівняння, рівняння в координатному вигляді (у вигляді визначника)).

Загальне рівняння площини. Основна теорема про площину (площина як поверхня першого порядку). Геометричний зміст коефіцієнтів загального рівняння площини. Умова паралельності вектора до площини, що задана загальним рівнянням. Умова паралельності площини та координатної осі, координатної площини. Головний вектор площини. Розміщення площини відносно системи координат. Сліди площини в координатних площинах. Взаємне розміщення двох площин. Умова паралельності, перетину, збігу двох площин. Кут між площинами. Умова перпендикулярності двох площин.

Рівняння площини, яка проходить через три точки, які не лежать на одній прямій. Рівняння площини у відрізках на осях. Нормоване рівняння площини. Перехід від загального рівняння площини до нормованого вигляду. Відстань від точки до площини. Рівняння бісекторних площин двох площин, що перетинаються. Пучок площин (власний і не-власний). В'язка площин. Взаємне розміщення трьох та чотирьох площин.

Геометричний зміст лінійних нерівностей з трьома змінними. Рівняння гострого (тупого) кута, утвореного двома площинами, що перетинаються. Рівняння півпростору, який містить даний вектор (точку). Рівняння смуги, обмеженої двома паралельними площинами. Рівняння бісекторної площини гострого (тупого) кута, утвореного двома площинами, що перетинаються.

Пряма у просторі. Рівняння прямої, яка проходить через задану точку, паралельно заданому напрямку, через дві точки. Пряма як лінія перетину двох площин. Перехід від загальних рівнянь прямої до канонічних. Взаємне розміщення двох прямих (умова мимобіжності, компланарності, перетину, збігу). В'язка прямих. Відстань від точки до прямої. Рівняння спільного перпендикуляра двох прямих. Взаємне розміщення прямої і площини (умова перетину прямої і площини, умова паралельності прямої і площини, умова належності прямої площині, умова перпендикулярності прямої і площини). Кут між прямою і площиною.

Ліній другого порядку

Означення і загальне рівняння лінії другого порядку. Класифікація ліній другого порядку (9 типів). Канонічні рівняння ліній 2 порядку. Дослідження форми і геометричних властивостей еліпса, гіперболи, параболи за їх канонічними рівняннями. Фокальні радіуси точки еліпса, гіперболи, параболи за їх канонічними рівняннями. Фокальні радіуси точки еліпса, гіперболи, параболи. Ексцентриситет лі-

ній 2 порядку. Побудова ліній 2 порядку. Директриси ліній другого порядку. Фокальні властивості ліній 2 порядку. Різні означення еліпса, гіперболи, параболі.

Взаємне розташування прямої і лінії 2 порядку. Асимптотичні напрями ліній 2 порядку. Класифікація ліній 2 порядку в залежності від кількості асимптотичних напрямів. Центр лінії 2 порядку в залежності від множини їх центрів. Дотична та нормаль до лінії 2 порядку, їх рівняння. Оптичні властивості еліпса, гіперболи, параболі. Спряжені напрямки та спряжені діаметри ліній 2 порядку. Головні напрями та головні діаметри ліній 2 порядку. Їх властивості. Характеристичне рівняння лінії 2 порядку, властивості його коренів. Перетворення загального рівняння лінії 2 порядку, властивості його коренів. Перетворення загального рівняння лінії 2 порядку. Ортогональні інваріанти ліній 2 порядку. Зведення загального рівняння ліній 2 порядку до канонічного вигляду за допомогою ортогональних інваріантів. Побудова ліній 2 порядку за їх загальним рівнянням.

Поверхні другого порядку

Циліндричні поверхні. Складання рівнянь циліндричних поверхонь. Паралельне проектування. Конічні поверхні. Складання рівнянь конічних поверхонь. Центральне проектування. Поверхні обертання. Поверхні обертання 2 порядку. Складання рівнянь поверхонь обертання. Отримання загальних поверхонь 2 порядку з поверхонь обертання в результаті їх рівномірного стиснення.

Еліпсоїд. Однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїди. Еліптичний та гіперболічний параболоїди. Дослідження форми поверхні 2 порядку за їх канонічним рівнянням методом паралельних перерізів. Кругові перерізи поверхонь 2 порядку. Властивості прямолінійних твірних однопорожнинного гіперболоїда та гіперболічного параболоїда. Дотична площина і нормаль до поверхні 2 порядку, їх рівняння.

Загальне рівняння поверхонь 2 порядку. Перетин поверхні 2 порядку з прямою. Асимптотичні і неасимптотичні напрямки. Дотична площина та нормаль до поверхні. Площини, спряжені неасимптотичному напрямку. Площини, спряжені асимптотичному напрямку. Особливі напрямки. Спряжені напрямки. Головні напрямки та головні діаметральні площини поверхонь 2 порядку. Рівняння поверхні 2 порядку, віднесеної до координатної системи з спряженими (головними) напрямками координатних осей.

Центр поверхні 2 порядку. Класифікація поверхонь 2 порядку залежно від множини їх центрів. Рівняння поверхні 2 порядку, віднесеної до її центру.

Зведення загального рівняння поверхні 2 порядку до канонічного вигляду. Типи поверхонь, що визначаються рівнянням 2 степеня з трьома змінними. Ортогональні інваріанти рівняння поверхні 2 порядку. Характеристичне рівняння, властивості коренів характеристичного рівняння поверхні 2 порядку. Зведення загального рівняння поверхні 2 порядку до канонічного вигляду за допомогою ортогональних інваріантів. Афінні перетворення і рухи.

Література

1. П. С. Александров. Лекции по аналитической геометрии. М.: Наука, 1968.
2. Н. И. Мусхелишвили. Курс аналитической геометрии. М.: Высшая школа, 1967.
3. В. П. Білоусова, І. Г. Ільїн, О. П. Сергунова, В. М. Котлова. Аналітична геометрія. К.: Вища школа, 1973.
4. М. М. Постников. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1986.
5. В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1981.
6. П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1976.

Зав. кафедри геометрії

проф. В. В. Кириченко

Голова методичної комісії

проф. Т. А. Мельник